

GERAÇÃO DE COLUNAS PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO E ATRIBUIÇÃO DE COMPRIMENTOS DE ONDA

Alexandre Xavier Martins

xmartins@decea.ufop.br

Departamento de Engenharia de Produção
Universidade Federal de Ouro Preto
Campus de João Monlevade – MG – Brasil

Christophe Duhamel

duhamel@isima.fr

Philippe Mahey

mahey@isima.fr

Université Blaise Pascal, Campus des Cézeaux
Aubière – França

Mauricio Cardoso de Souza

mauricio.souza@pq.cnpq.br

Rodney Rezende Saldanha

rodney@cpdee.ufmg.br

Universidade Federal de Minas Gerais, Campus Pampulha
Belo Horizonte – MG – Brasil

RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se um estudo sobre o Problema de Roteamento e Atribuição de Comprimentos de Onda em redes ópticas WDM independentemente da topologia física subjacente. Por se tratar de um problema NP-difícil muitos métodos exatos e heurísticos vem sendo estudados para a sua resolução. Apresentamos o estudo da versão do problema onde o objetivo é maximizar o número de requisições atendidas. Inicialmente é feita uma revisão da literatura apresentando alguns modelos matemáticos formulados para a resolução do problema. Depois apresentamos uma estratégia baseada em geração de colunas que combina métodos já existentes. Os resultados computacionais sobre instâncias consagradas da literatura comprovam a eficiência do método.

PALAVRAS CHAVE. Roteamento. Atribuição. Redes Ópticas. Geração de Colunas.

ABSTRACT

This work deals with the Routing and Wavelength Assignment (RWA) in optical WDM networks. This problem has been shown to be NP-Hard and several exact and heuristic algorithms have been developed to solve it. We present a study of the version in which the goal is to maximize the number of requests accepted. We present a review of the literature and discuss some mathematical models formulated to solve the problem. A strategy based on column generation that combines existing methods is then developed. The presented computational results show the efficiency of the method for the selected instances.

KEYWORDS. Routing. Assignment. Optical Networks. Column Generation.

1. Introdução

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado onde V , $v = |V|$, representa o conjunto de vértices (comutadores) e E o conjunto de arestas (fibras óticas). Dado um conjunto $R = \{(s_1, d_1, r_{s_1 d_1}), \dots, (s_n, d_n, r_{s_n d_n})\}$ de requisições entre os pares de vértices (demanda), em que $s_i, d_i \in V, i = 1, \dots, v$, s_i representa a origem da requisição, d_i representa o destino da requisição e $r_{s_i d_i}$ representa o número de conexões que devem ser atendidas entre os vértices (s, d) . O problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda, ou *Routing and Wavelength Assignment Problem* (RWA), consiste em determinar os caminhos em que cada requisição atendida irá ser roteada e que comprimento de onda será alocado a essa requisição.

Basicamente existem dois tipos de problemas de roteamento e atribuição de comprimentos de onda, o estático no qual as requisições entre os pares origem destino já estão pré-estabelecidas, e o dinâmico em que as requisições chegam ao longo do tempo.

Na literatura do RWA podemos encontrar de maneira mais comum duas abordagens em se tratando do objetivo a ser alcançado. A primeira variante consiste em minimizar o número de comprimentos de onda utilizados. A outra alternativa é maximizar o número de conexões estabelecidas para um número limitado de comprimentos de onda. Para atender cada requisição entre os pares, origem e destino, necessitamos determinar um caminho direcionado e atribuir um comprimento de onda a esta requisição. A restrição que se impõe é que um mesmo comprimento de onda não pode ser utilizado para atender duas ou mais requisições diferentes, se os caminhos dessas requisições utilizam um mesmo arco. Além disso, podemos ter a restrição de continuidade, onde o comprimento de onda alocado a um caminho deve ser utilizado do início ao fim deste caminho, sem conversão. Essa restrição será adotada em todo trabalho.

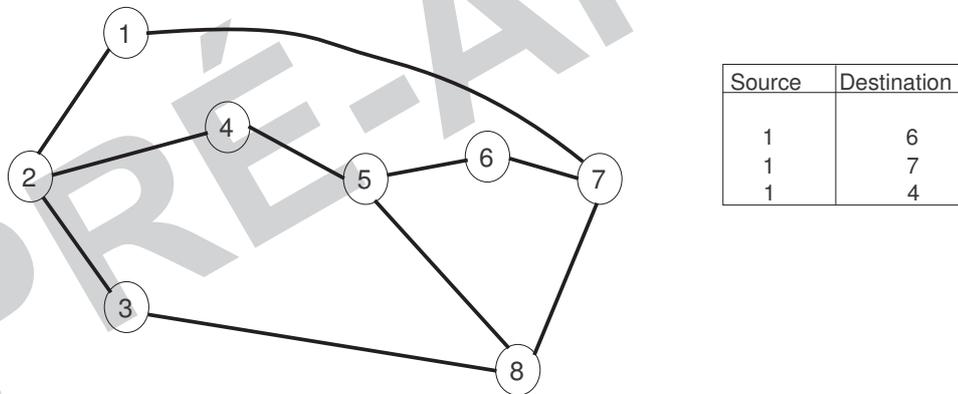


Figura 1: Instância estática do RWA

Para ilustrar o problema apresentamos na Figura 1 uma instância do problema com um grafo e um conjunto de requisições pré-estabelecidas. A Figura 2 apresenta uma solução viável para a instância dada como exemplo. O arco $(1, 7)$ é usado para atender as requisições $\{1, 6\}$ e $\{1, 7\}$, portanto, são necessários dois comprimentos de onda para que isso seja feito.

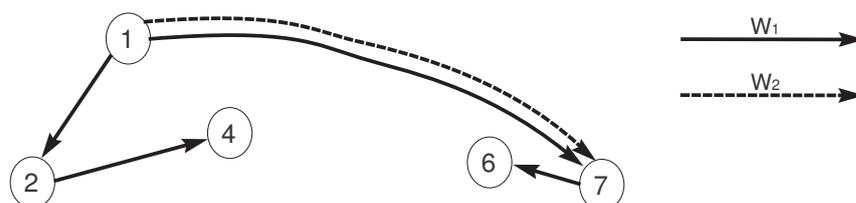


Figura 2: Solução Viável

Neste trabalho apresentaremos uma nova metodologia baseada em geração de colunas para a resolução do RWA com o objetivo de maximizar o número de conexões estabelecidas. O artigo está dividido como segue: na Seção 1 apresentamos uma breve introdução ao RWA, na Seção 2 apresentamos a revisão da literatura, a Seção 3 apresenta a metodologia proposta, a Seção 4 apresenta os resultados computacionais obtidos e as conclusões são apresentadas na Seção 5.

2. Exame da literatura

Banerjee e Mukherjee (1994) apresentam uma formulação para o problema baseada no problema de fluxo multiproduto. O modelo de programação matemática é usado para identificar o número mínimo de comprimentos de onda necessário para atender certa configuração. O tráfego é definido por uma matriz R , $v \times v$ onde r_{sd} define o número de requisições demandadas entre os vértices s e d , onde $r_{sd} \geq 1$. Seja λ_{ij}^{sd} o número de requisições entre os pares origem destino que usam o arco (i, j) . O modelo de programação matemática para o problema é dado como segue:

$$\min \lambda_{max} \quad (1)$$

s.a:

$$\lambda_{max} \geq \sum_{(s,d) \in R} \lambda_{ij}^{sd}, \quad \forall (i, j) \in E \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V | (i,j) \in E} \lambda_{ij}^{sd} - \sum_{j \in V | (j,i) \in E} \lambda_{ji}^{sd} = \begin{cases} r_{sd}, & i = s \\ -r_{sd}, & i = d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall (s, d) \in R, i \in V \quad (3)$$

$$\lambda_{ij}^{sd} \in \{0, 1\}, \quad \forall (s, d) \in R, (i, j) \in E \quad (4)$$

Nesta formulação, cada "produto" é um caminho óptico da origem até o destino, neste caso não limita-se a capacidade dos arcos, mas se necessário a capacidade pode ser entendida como o número de comprimentos de onda suportados em cada fibra. Banerjee e Mukherjee (1996) usaram a relaxação deste modelo juntamente com um procedimento iterativo que a partir da solução do modelo de programação matemática, encontrava possíveis caminhos para cada requisição, aleatoriamente selecionava um destes caminhos e depois realizava a alocação. Esta formulação é frequentemente utilizada para obter limites inferiores para o problema. Isto se deve ao fato de que mesmo se resolvido na integralidade o modelo não apresenta uma solução completa. Por exemplo, se resolvermos a instância apresentada na Figura 1 obteríamos a seguinte solução:

$$\lambda_{max} = 2$$

Requisição (1, 6):

$$\lambda[1, 6, 1, 7] = 1.0$$

$$\lambda[1, 6, 7, 6] = 1.0$$

Requisição (1, 7):

$$\lambda[1, 7, 1, 7] = 1.0$$

Requisição (1, 4):

$$\lambda[1, 4, 1, 2] = 1.0$$

$$\lambda[1, 4, 2, 4] = 1.0$$

Por esta solução, podemos ver que o número de comprimentos de onda é igual a 2. Através da variável λ podemos recuperar os caminhos de cada requisição, onde os dois primeiros índices representam respectivamente a origem e o destino e os dois últimos representam o arco usado, por

exemplo $\lambda[1, 4, 1, 2] = 1.0$ indica que a requisição (1, 4) utiliza o arco (1, 2), mas não sabemos como os comprimentos de onda foram alocados. Para este exemplo seria fácil encontrar a alocação ótima, mas para instâncias realísticas isso não é trivial. Além disso, outro problema com este modelo é que ele não impede a conversão do comprimento de onda, ou seja, uma mesma requisição pode utilizar vários comprimentos de onda ao longo do caminho.

Na literatura são encontradas diversas estratégias para a resolução do problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda com o objetivo de minimizar o número de comprimentos de onda utilizados. Algumas dessas estratégias decompõem o problema em duas partes (Li e Simha (2000), Banerjee e Mukherjee (1996), Noronha e Ribeiro (2006)). Primeiramente é calculada uma rota para cada conexão, em seguida são atribuídos comprimentos de ondas para cada uma dessas rotas, de acordo com uma solução de um problema de coloração de grafos Brelaz (1979). Outras estratégias tratam dos dois problemas em conjunto (Skorin-Kapov (2007), Manohar et al. (2002), Noronha et al. (2011) e Martins et al. (2012)).

Em 1995, baseados na ideia de conjuntos independentes Ramaswami e Sivarajan (1995) apresentaram uma formulação para o problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda com o objetivo de maximizar o número de requisições atendidas. Seja G_p , dito grafo de conflitos, um novo grafo onde cada vértice corresponde a um caminho em G e dois vértices em G_p são adjacentes se os dois caminhos correspondentes em G tem pelo menos um arco em comum. Os caminhos podem ser um dado de entrada ou podem ser gerados por algum procedimento (Note que o número de caminhos entre os vértices origem-destino pode crescer exponencialmente Ramaswami e Sivarajan (1995)). A parte da atribuição é tratada como um problema de conjuntos independentes. Em outras palavras, um conjunto de caminhos em G podem receber um mesmo comprimento de onda se e somente se os correspondentes vértices em G_p formam um conjunto independente.

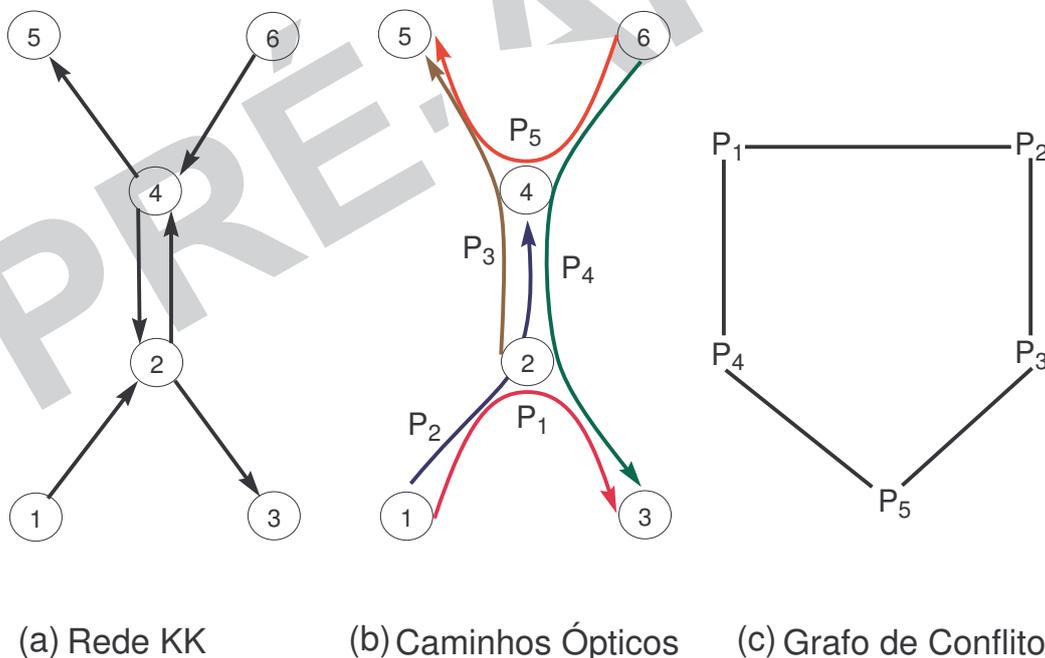


Figura 3: Exemplo de conjuntos independentes Jaumard et al. (2009)

A Figura 3 apresenta uma ideia sobre conjuntos independentes. A Figura 3 (a) (rede KK extraída de Kleinberg e Kumar (2001)) apresenta o grafo original com os vértices e as ligações físicas. Assuma que a matriz de tráfego seja $r_{13} = r_{14} = r_{25} = r_{63} = r_{65} = 1$, para todos os outros pares de vértices $r_{ij} = 0$. Os caminhos definidos para realizar as requisições são $p_1 = \{1, 2, 3\}$,

$p_2 = \{1, 2, 4\}$, $p_3 = \{2, 4, 5\}$, $p_4 = \{6, 4, 2, 3\}$ e $p_5 = \{6, 4, 5\}$, veja Figura 3 (b). A Figura 3 (c) apresenta o grafo de conflitos, onde cada vértice representa um caminho e cada aresta representa que os dois caminhos compartilham um arco no grafo original.

Pelo grafo de conflito podemos ver que os conjuntos independentes deste exemplo são $\{p_1\}$, $\{p_2\}$, $\{p_3\}$, $\{p_4\}$, $\{p_5\}$, $\{p_1, p_3\}$, $\{p_1, p_5\}$, $\{p_2, p_4\}$, $\{p_2, p_5\}$ e $\{p_3, p_4\}$, onde os conjuntos com dois elementos são os conjuntos independentes maximais.

O conjunto de comprimentos de onda disponíveis é denotado por $\Lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_w$ com $W = |\Lambda|$. Seja P o conjunto de todos os caminhos elementares (isto é, caminhos sem ciclos) e P_{sd} o conjunto de caminhos elementares entre s e d . Seja L_{max} o conjunto com todos os conjuntos independentes maximais em G_p . Seja $\delta_{pl} = 1$ se o caminho p pertence ao conjunto independente l e $\sum_{p \in P_{sd}} \delta_{pl} = a_{sd}^l$, para todo l em L_{max} . Seja w_l o número de comprimentos de onda associado ao conjunto independente l , ou seja, cada conjunto independente pode ser usado w_l vezes. O modelo *MAX-IS* é dado como segue:

$$(MAX-IS) \max Z_{max-is}(w, y) = \sum_{(s,d) \in R} y_{sd} \quad (5)$$

s.a:

$$\sum_{l \in L_{max}} w_l \leq W \quad (6)$$

$$y_{sd} \leq \sum_{l \in L_{max}} a_{sd}^l w_l, \quad \forall (s, d) \in R \quad (7)$$

$$y_{sd} \leq r_{sd}, \quad \forall (s, d) \in R \quad (8)$$

$$w_l \in \mathbb{N}, \quad \forall l \in L_{max} \quad (9)$$

A variável y_{sd} conta o número de requisições atendidas entre os vértices s e d para todo $(s, d) \in R$. Ramaswami e Sivarajan (1995) propuseram a formulação *MAX-IS* mas não a utilizaram. Jaumard et al. (2009) mostraram como resolver este modelo usando geração de colunas.

Seja *lp-MAX-IS* a relaxação do modelo ao trocarmos a restrição (9) por $w_l \geq 0$ para todo l em L_{max} . Como o número de conjuntos independentes maximais pode ser exponencial, trabalha-se no então chamado Problema Mestre Restrito (PMR) com todas as variáveis y_{sd} tal que $(s, d) \in R$ e um subconjunto de $\{w_l : l \in L_{max}\}$. Para verificar se a solução ótima do PMR é também solução ótima para o problema original é necessário verificar se existe uma variável w_l com um custo reduzido positivo. Se existe tal variável, ela é adicionada ao PMR, senão a solução é ótima para o problema original.

Seja u^0 a variável dual associada à restrição (6) e u_{sd}^1 o valor dual associado à restrição (7) o custo reduzido para w_l é:

$$\bar{c}(w_l) = -u^0 + \sum_{(s,d) \in R} a_{sd}^l u_{sd}^1$$

assim, o subproblema pode ser escrito como:

$$\max \bar{c}_{aux-max-is}(\alpha) = -u^0 + \sum_{(s,d) \in R} \sum_{p \in P_{sd}} u_{sd}^1 \alpha_p \quad (10)$$

s.a:

$$\alpha_p + \alpha_{p'} \leq 1, \quad \forall (r_p, r_{p'}) \in E_W \quad (11)$$

$$\alpha_p \in \{0, 1\}, \quad \forall p \in P \quad (12)$$

onde $\alpha_p = 1$ se o vértice r_p pertence ao conjunto independente e 0 caso contrário.

O problema deste modelo é que o grafo de conflitos pode envolver um número exponencial de vértices, sendo assim não foi utilizado na prática até o momento.

Lee et al. (2000) introduziram o conceito de configuração de roteamento independente (*In-dependent Routing Configuration*) onde cada configuração é implicitamente associada a um conjunto de caminhos que podem ser usados para satisfazer uma fração das requisições utilizando o mesmo comprimento de onda. Uma configuração de roteamento independente C é representada por um vetor a^c tal que:

a_{sd}^c = número de conexões entre (s, d) suportadas em C

$a_{sd}^c \leq r_{sd}$ para todo $(s, d) \in R$.

Seja \mathcal{C} o conjunto de todas as possíveis configurações de roteamento independentes. Seja w_c a variável que indica quantas vezes uma dada configuração de roteamento independente é usada, cada ocorrência com um comprimento de onda diferente. O modelo, denotado por IRC, pode ser expresso como:

$$(IRC) \max Z_{IRC}(w) = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{(s,d) \in R} a_{sd}^c w_c \quad (13)$$

s.a:

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} w_c \leq W \quad (14)$$

$$\sum_{c \in \mathcal{C}} a_{sd}^c w_c \leq r_{sd}, \quad \forall (s, d) \in R \quad (15)$$

$$w_c \in \mathbb{N}, \quad \forall c \in \mathcal{C} \quad (16)$$

Sejam (u^0, u_{sd}^1) as variáveis duais da solução ótima do modelo IRC relaxado, o custo reduzido $\bar{c}(w_c)$ pode ser calculado como:

$$\bar{c}(w_c) = -u^0 + \sum_{(s,d) \in R} (1 - u_{sd}^1) a_{sd}^c$$

Não mostraremos aqui como gerar variáveis w_c para o problema IRC. O subproblema da próxima formulação é semelhante ao subproblema da formulação IRC, sendo a única diferença na função objetivo.

Em Jaumard et al. (2009) é feita uma revisão acerca de modelos de geração de colunas para o RWA com o objetivo de maximizar o número de conexões estabelecidas e algumas melhorias são sugeridas. Além disso, combinando as ideias de Ramaswami e Sivarajan (1995) (MAX-IS) e Lee et al. (2000) (IRC), Jaumard et al. (2009) apresentaram uma nova formulação em que utilizam somente as configurações de roteamento independentes maximais, onde uma configuração de roteamento independente C é maximal se não existe outra configuração de roteamento independente C' tal que $a'_c \geq a_c$.

Seja C_{max} o conjunto de todas as configurações de roteamento independentes maximais e seja w_c o número de vezes que uma determinada configuração é utilizada, o modelo pode ser dado como segue:

$$(MAX-IRC) \max Z_{max-irc}(w, y) = \sum_{(s,d) \in R} y_{sd} \quad (17)$$

s.a:

$$\sum_{c \in C_{max}} w_c \leq W \quad (18)$$

$$y_{sd} \leq \sum_{c \in C_{max}} a_{sd}^c w_c, \quad \forall (s, d) \in R \quad (19)$$

$$y_{sd} \leq r_{sd}, \quad \forall (s, d) \in R \quad (20)$$

$$w_c \in \mathbb{N}, \quad \forall c \in C_{max} \quad (21)$$

Sejam u^0 e u_{sd}^1 as variáveis duais associadas respectivamente às restrições (18) e (19) na solução ótima do problema (MAX-IRC). O custo reduzido para a variável w_c é $-u^0 + \sum_{(s,d) \in R} a_{sd}^c u_{sd}^1$.

O subproblema pode ser definido como segue:

$$\max \bar{c}_{aux-max-irc}(\alpha) = -u^0 + \sum_{(s,d) \in R} \sum_{e \in \omega^+(s)} u_{sd}^1 \alpha_e^{sd} \quad (22)$$

s.a:

$$\sum_{(s,d) \in R} \alpha_e^{sd} \leq 1, \quad \forall e \in E \quad (23)$$

$$\sum_{e \in \omega^+(i)} \alpha_e^{sd} = \sum_{e \in \omega^-(i)} \alpha_e^{sd}, \quad \forall (s, d) \in R, i \in V \setminus \{s, d\} \quad (24)$$

$$\sum_{e \in \omega^+(s)} \alpha_e^{sd} \leq r_{sd}, \quad \forall (s, d) \in R \quad (25)$$

$$\sum_{e \in \omega^-(s)} \alpha_e^{sd} = 0, \quad \forall (s, d) \in R \quad (26)$$

$$\alpha_e^{sd} \in \{0, 1\}, \quad \forall (s, d) \in R, e \in E \quad (27)$$

Jaumard et al. (2009) mostraram que está formulação apresenta limites superiores tão bons quanto o modelo apresentado em Lee et al. (2000), mas, no entanto, usando menos variáveis. No mesmo trabalho foi apresentado um algoritmo *Branch-and-price* baseado nesta última formulação.

3. Desenvolvimento

Recapitulando, o modelo MAX-IS foi proposto por Ramaswami e Sivarajan (1995) e não foi utilizado pelo fato de que para se ter garantia que a solução ótima será encontrada é necessário que todos os caminhos para cada uma das requisições sejam definidos a priori ou pelo menos todos os caminhos que farão parte da solução ótima. Jaumard et al. (2009) aproveitaram as ideias do modelo MAX-IS e do modelo IRC (Lee et al. (2000)) e propuseram o modelo MAX-IRC. Note que no modelo MAX-IRC os caminhos são gerados a cada chamada ao subproblema (caminhos implícitos), enquanto no modelo MAX-IS os caminhos são pré-definidos e apenas a combinação é definida no subproblema (caminhos explícitos).

Até então o modelo MAX-IS não foi utilizado pela necessidade de se ter todos os caminhos possíveis para que a solução encontrada tenha garantia de ser ótima. Como o número de caminhos pode ser exponencial, o subproblema pode ser intratável. Suponhamos então que tenhamos a

priori todos os caminhos da solução ótima faltando apenas definir a atribuição de cada caminho ao comprimento de onda que lhe convém. Assim podemos trabalhar usando somente os caminhos definidos a priori, ou seja, teremos um subconjunto $L_r \subset L_{max}$ de variáveis w^l que poderão fazer parte do problema.

O modelo apresentado por Banerjee e Mukherjee (1994) pode ser reformulado para dar uma boa previsão de quais serão os caminhos presentes em uma solução ótima. Dessa forma apresentamos um modelo de geração de colunas que fornecerá os caminhos que serão usados na fase de atribuição. Seja x_p o número de vezes que o caminho p será utilizado e $a_e^p = 1$ se o caminho p utiliza o arco e e $a_e^p = 0$ caso contrário. O modelo pode ser definido como segue:

$$\text{(Path-Gen) } \max Z_{path-gen}(x) = \sum_{(s,d) \in R} \sum_{p \in P_{sd}} x_p \quad (28)$$

s.a:

$$\sum_{(s,d) \in R} \sum_{p \in P_{sd}} a_e^p x_p \leq W \quad \forall e \in E \quad (29)$$

$$\sum_{p \in P_{sd}} x_p \leq r_{sd}, \quad \forall (s, d) \in R \quad (30)$$

$$x_p \in \mathbb{N}, \quad \forall p \in P \quad (31)$$

O subproblema da formulação Path-Gen pode ser resolvido por um algoritmo de caminho mínimo para cada par (s, d) em que o custo dos arcos é dado pelo valor dual das restrições (29). Os caminhos encontrados pelo método Path-Gen podem ser usados no modelo MAX-IS, obviamente a otimalidade da solução encontrada por esta estratégia não pode ser garantida, já que não se pode garantir que os caminhos gerados pelo modelo Path-Gen estarão realmente na solução ótima.

A ideia pode ser visualizada pela Figura 4. A área maior representa o conjunto convexo formado quando temos a priori todos os caminhos possíveis para a resolução do modelo MAX-IS. Nessa situação resolvemos o problema P , que tem a solução ótima indicada pela letra (a). A situação ideal para o modelo Path-Gen é gerar um subconjunto representado pelo problema P' , que apesar de não englobar todas as soluções de P , engloba a solução ótima. Como não podemos garantir que ao final da execução do modelo Path-Gen todas os caminhos da solução ótima serão gerados, podemos chegar à situação apresentada pelo problema P'' em que a solução mostrada pela letra (b) não é a solução ótima do problema original.

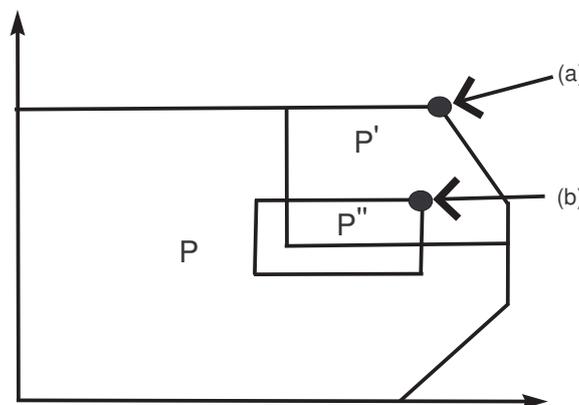


Figura 4: Conjunto Convexo para o problema MAX-IS

Para contornar este problema apresentamos uma segunda estratégia que é a união dos mod-

elos MAX-IS e MAX-IRC, onde o modelo MAX-IS utiliza somente os caminhos gerados pelo modelo Path-Gen. O modelo MAX-IS-IRC pode ser definido como segue:

$$(MAX-IS-IRC) \max Z_{MAX-IS-IRC}(w, y) = \sum_{(s,d) \in R} y_{sd} \quad (32)$$

s.a:

$$\sum_{l \in L_r} w_l + \sum_{c \in C_{max}} w_c \leq W \quad (33)$$

$$y_{sd} \leq \sum_{l \in L_r} a_{sd}^l w_l + \sum_{c \in C_{max}} a_{sd}^c w_c, \quad \forall (s, d) \in R \quad (34)$$

$$y_{sd} \leq r_{sd}, \quad \forall (s, d) \in R \quad (35)$$

$$w_c \in \mathbb{N}, \quad \forall c \in C_{max} \quad (36)$$

$$w_l \in \mathbb{N}, \quad \forall l \in L_r \quad (37)$$

Repare que, agora, com o modelo MAX-IS-IRC, temos a opção de gerar variáveis w_l e w_c , utilizando os subproblemas já apresentados anteriormente para cada um dos modelos.

Em nosso algoritmo, PG-MAX-IS-IRC, utilizamos a seguinte estratégia: primeiramente geramos os caminhos através do modelo Path-Gen e geramos o grafo de conflitos. Em seguida, utilizamos o modelo MAX-IS-IRC sempre gerando variáveis w_l , que em geral é mais fácil de ser resolvido já que os caminhos já estão calculados. Somente tenta-se gerar uma variável w_c quando o custo reduzido da variável w_l for menor ou igual zero. Se os custos reduzidos de w_l e w_c são menores ou iguais a zero em uma iteração significa que a solução é ótima.

4. Resultados Computacionais

Os algoritmos foram implementados na linguagem C++ usando o compilador Visual Studio e testados em um microcomputador Dell Optiplex 780, 3.00 GHz, com 3.25 GB de RAM sob sistema operacional Windows XP. Para os testes foram usadas 24 instâncias disponíveis na literatura, conhecidas como instâncias realísticas.

Os testes computacionais foram executados da seguinte maneira: para cada método rodamos todas as instâncias com o número de comprimentos de onda disponíveis entre [10, 20, 30]. Os métodos executados são a versão de geração de colunas da literatura (MAX-IRC, Jaumard et al. (2009)) e o modelo de geração de caminhos (Path-Gen) combinado com o modelo MAX-IS-IRC (PG-MAX-IS-IRC).

A Tabela 1 apresenta as características, como número de requisições, número de arestas e número de nós, de cada uma das instâncias e a comparação entre o MAX-IRC e o PG-MAX-IS-IRC para $W = 10$. O método MAX-IRC não foi capaz de resolver a instância *att2*. Podemos ver que o método PG-MAX-IS-IRC sempre foi capaz de resolver as instâncias em um tempo inferior ao MAX-IRC. Das instâncias resolvidas pelo MAX-IRC a instância *Finland* foi a que demandou mais tempo deste método, 27780.5 segundos. Para esta instância, o método proposto, PG-MAX-IS-IRC, gasta apenas 269.2 segundos. Com relação ao número de variáveis geradas observamos que em geral o MAX-IRC necessita gerar um número menor de variáveis para encontrar a solução ótima, mas isto nem sempre é verdade como podemos verificar nas instâncias *brasil*, *dfn-gwin*, *france* e *nsf3* por exemplo.

Na Tabela 2 apresentamos a comparação de desempenho entre o MAX-IRC e o PG-MAX-IS-IRC para $W = 20$. Observamos que o comportamento permanece semelhante ao apresentado anteriormente. O método PG-MAX-IS-IRC sempre encontra a solução ótima em um tempo inferior ao MAX-IRC, este, por sua vez, não é capaz de encontrar a solução ótima para a instância *att2*. Também podemos ver que a instância *Finland* é a que demanda mais tempo do método MAX-IRC,

14078.7 segundos, enquanto o PG-MAX-IS-IRC gasta 629.2 segundos. Novamente, com relação ao número de variáveis geradas, o MAX-IRC, em geral, é capaz de encontrar a solução ótima com menos variáveis, mas isso nem sempre ocorre.

Para finalizar apresentamos a Tabela 3 com os resultados do desempenho entre o MAX-IRC e o PG-MAX-IS-IRC para $W = 30$. Algumas instâncias foram desconsideradas deste pois com $W = 20$ todas as requisições foram atendidas, logo a solução seria idêntica. O mesmo comportamento dos testes anteriores pode ser observado. O MAX-IRC em geral resolvendo as instâncias com menos variáveis, mas sempre utilizando um tempo maior. Dessa vez a instância que demandou mais tempo do MAX-IRC foi a instância *giul*, 21809.4 segundos. Para esta instância, o PG-MAX-IS-IRC gasta apenas 128.3 segundos para encontrar a solução ótima.

Tabela 1: Resultados para $W = 10$

Modelos Instâncias	Requisições	Arestas	Nós	MAX-IRC		PG-MAX-IS-IRC	
				Tempo(s)	#Var	Tempo(s)	#Var
att	359	137	90	653.9	106	18.2	325
att2*	2918	175	71	-	1	567.4	997
brasil	1370	70	27	7809.6	663	44.5	598
cost266	6543	57	37	2002.7	178	27.0	265
dfn-bwin	4840	45	10	0.3	3	0.0	9
dfn-gwin	3771	47	11	4.0	31	0.1	28
eon	373	39	20	109.9	132	2.8	207
fin	930	51	31	27780.5	1285	269.2	1308
france	15398	45	25	9.8	9	1.1	7
giul	14732	86	39	4015.8	409	102.0	525
janos-us	3262	42	26	105.6	67	5.6	97
nobel-eu	1898	41	28	54.3	54	1.5	61
nobel-germany	660	26	17	2.6	25	0.1	19
nobel-us	478	21	14	0.9	17	0.1	37
norway	5348	51	27	134.9	61	7.8	118
nsf1	284	21	14	17.9	108	0.8	144
nsf3	285	21	14	22.0	138	0.6	107
nsf12	551	21	14	14.6	102	0.8	128
nsf48	547	21	14	22.8	139	0.7	118
nsf2-1	284	22	14	22.0	114	0.8	149
nsf2-3	285	22	14	19.0	110	0.8	160
nsf212	551	22	14	17.6	118	1.0	110
nsf2-48	547	22	14	23.7	134	1.1	125
sun	952	51	27	6.0	11	0.1	10

5. Conclusão

Neste trabalho apresentamos um estudo sobre o problema de roteamento e atribuição de comprimentos de onda. Tomamos como objetivo maximizar o número de requisições atendidas. Apresentamos alguns modelos baseados em geração de colunas disponíveis na literatura. Em nossa abordagem, primeiro desenvolvemos um modelo de geração de colunas para a geração de caminhos (Path-Gen) no intuito de se ter uma boa previsão de quais caminhos devem estar na solução ótima. Para aproveitar os caminhos criados pelo Path-Gen podemos utilizar o modelo MAX-IS. Como essa abordagem não garante que a solução encontrada seja ótima, combinamos também o modelo MAX-IRC numa estratégia que chamamos de PG-MAX-IS-IRC, tendo a opção de gerar variáveis pelos

Tabela 2: Resultados para W = 20

Modelos Instâncias	MAX-IRC		MAX-IS-IRC	
	Tempo(s)	#Var	Tempo(s)	#Var
att	254.9	106	44.7	531
att2*	-	1	3074.4	1626
brasil	11111.6	930	110.8	967
cost266	11498.2	828	220.9	832
dfn-bwin	1.8	23	0.0	25
dfn-gwin	12.1	105	0.2	75
eon	21.2	64	3.8	270
fin	14078.7	660	629.2	1554
france	22.1	16	1.5	18
giul	12400.4	572	107.9	492
janos-us	512.4	268	20.1	319
nobel-eu	108.6	113	3.2	108
nobel-germany	6.9	59	0.4	70
nobel-us	4.7	82	0.2	78
norway	1269.1	468	29.1	393
nsf1	9.6	99	1.1	197
nsf3	8.8	95	0.8	146
nsf12	25.3	181	1.1	169
nsf48	17.4	116	0.8	135
nsf2-1	7.0	71	0.6	125
nsf2-3	10.8	111	0.6	126
nsf212	24.8	159	1.0	160
nsf2-48	24.8	151	1.1	171
sun	21.9	35	0.3	70

Tabela 3: Resultados para W = 30

Modelos Instâncias	MAX-IRC		PG-MAX-IS-IRC	
	Tempo(s)	#Var	Tempo(s)	#Var
att2*	-	1	7149.7	1925
brasil	1242.6	198	58.8	633
cost266	19060.1	1226	339.2	1136
dfn-bwin	2.8	36	0.1	33
dfn-gwin	7.5	63	0.2	76
fin	15849.0	777	717.0	1545
france	30.9	24	1.7	27
giul	21809.4	702	128.3	570
janos-us	649.2	300	22.8	349
nobel-eu	324.9	272	7.2	226
nobel-germany	10.7	95	0.5	79
nobel-us	11.3	180	0.6	159
norway	1996.2	609	45.7	562
nsf12	16.4	134	0.8	130
nsf48	11.1	87	0.6	111
nsf212	17.7	151	1.2	175
nsf2-48	21.1	148	1.1	168
sun	78.3	112	1.8	230

subproblemas do modelo MAX-IS ou MAX-IRC, optando preferencialmente pelo subproblema do primeiro modelo. Esta nova estratégia se mostrou capaz de encontrar as mesmas soluções do modelo MAX-IRC, mostrando que a otimalidade é garantida, sempre com um tempo computacional inferior.

Como trabalhos futuros os autores sugerem o estudo de técnicas de *Branch and Price* para a resolução do problema inteiro. A mesma estratégia usada por Jaumard et al. (2009) pode ser utilizada. Também sugerimos o desenvolvimento de métodos heurísticos para essa versão do problema, já que esses métodos são bem utilizados para a versão onde se deseja minimizar o número de comprimentos de onda.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMIG e ao CNPq pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- Banerjee, D. e Mukherjee, B.** (1994). Practical Approaches for Routing and Wavelength Assignment in Large All- Optical Wavelength Routed Networks. In *Proceedings IEEE Infocom 94*, pp. 110–119, Toronto, Canada.
- Banerjee, D. e Mukherjee, B.** (1996). A practical approach for routing and wavelength assignment in large wavelength-routed optical networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 14(5):903–908.
- Brelaz, D.** (1979). New methods to color the vertices of a graph. *Communications of the ACM*, 256:251–256.
- Jaumard, B.; Meyer, C. e Thiongane, B.** (2009). On column generation formulations for the RWA problem. *Discrete Applied Mathematics*, 157:1291–1308.
- Kleinberg, J. e Kumar, A.** (2001). Wavelength conversion in optical networks. *Journal of Algorithms*, 38(1):25–50.
- Lee, K.; Kang, K.; Lee, T. e Park, S.** (2000). Optimal routing and wavelength assignment in WDM ring networks. *IEEE Journal On Selected Areas In Communications*, 18(10):2146–2154.
- Li, G. e Simha, R.** (2000). The partition coloring problem and its application to wavelength routing and assignment. In *Proceedings of the First Workshop on Optical Networks*.
- Manohar, P.; Manjunath, D. e Shevgaonkar, R.** (2002). Routing and wavelength assignment in optical networks from edge disjoint path algorithms. *IEEE Communications Letters*, 6(5):211–213.
- Martins, A. X.; Duhamel, C.; Mahey, P.; Saldanha, R. R. e de Souza, M. C.** (2012). Variable neighborhood descent with iterated local search for routing and wavelength assignment. *Computers & Operations Research*, 39:2133–2141.
- Noronha, T.; Resende, M. e Ribeiro, C.** (2011). A biased random-key genetic algorithm for routing and wavelength assignment. *Journal of Global Optimization*, 50:503–518.
- Noronha, T. e Ribeiro, C.** (2006). Routing and wavelength assignment by partition colouring. *Eur.J.Oper.Res.*, 171(3):797–810.
- Ramaswami, R. e Sivarajan, K.** (1995). Routing and wavelength assignment in all-optical networks. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 3(5):489–501.
- Skorin-Kapov, N.** (2007). Routing and wavelength assignment in optical networks using bin packing based algorithms. *Eur.J.Oper.Res.*, 177(2):1167–1179.