



**VOLATILIDADE DOS ÍNDICES DE AÇÕES *MID-LARGE CAP* E *SMALL CAP*: UMA INVESTIGAÇÃO A PARTIR DE MODELOS ARIMA/GARCH**

**VOLATILITY OF STOCK INDEX *MID-LARGE CAP* AND *SMALL CAP*: AN INVESTIGATION FROM ARIMA/GARCH MODELS**

**VOLATILIDAD DEL ÍNDICE ACCIONES DE *MID-CAP* Y *SMALL CAP*: UNA INVESTIGACIÓN DE LOS MODELOS ARIMA / GARCH**

**Anderson Luiz Rezende Mól**

Doutor em Administração (UFLA)

Professor Adjunto da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

Endereço: Campus Universitário UFRN – Lagoa Nova

59.072-970 Natal/RN, Brasil

Email: mol.ufrn@gmail.com

**Israel José dos Santos Felipe**

Mestre em Administração (UFRN)

Professor Assistente da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

Endereço: Rua do Catete, 166 – Centro

35.420-000 Mariana/MG, Brasil

Email: israeljfelipe@hotmail.com

**Franklin Medeiros Galvão Júnior**

Mestrando em Administração (UFRN)

Professor do Centro Universitário FACEX

Endereço: Rua Orlando Silva, 2897 – Capim Macio

59.080-200 Natal/RN, Brasil

Email: franklingalvaojr@yahoo.com.br

**RESUMO**

O objetivo deste estudo é investigar a existência de persistência e assimetria na estrutura da volatilidade dos retornos dos índices *Mid-Large Cap* e *Small Cap* a partir de modelos de séries de tempo da classe GARCH simétricos e assimétricos com distribuição de probabilidade gaussiana, *t-Student* e distribuições GED. O propósito subjacente do estudo é de que a evidenciação da estrutura de propagação da volatilidade dos retornos dessas duas carteiras teóricas pode fornecer elementos importantes para a adequada construção de estratégias ótimas de hedge e gerenciamento de riscos. Como resultados mais importantes, destaca-se a evidência de maior persistência e assimetria na volatilidade da série *Small Cap*. Os critérios de qualidade do ajuste utilizados indicaram, para ambas as séries, um modelo TARARCH com distribuição *t* de *Student*. Os resultados empíricos sugerem que a implementação de políticas que estimulem a utilização de instrumentos de *hedging* para carteiras de ações devem incorporar a persistência pronunciada à

choques na volatilidade dos retornos. Ainda, os modelos com distribuição *t-Student* obtiveram melhores ajustamentos para as séries. Os dados utilizados representam cotações diárias entre os anos de 2005 e 2011.

**Palavras-chave:** Volatilidade. ARCH. GARCH. Índices de ações.

### ABSTRACT

The aim of this study is to investigate the existence of persistence and asymmetry in the volatility structure of indexes returns of Mid-Large Cap and Small Cap through models of time series of symmetric and asymmetric GARCH class with Gaussian probability distribution, Student's t and GED distributions. The underlying purpose of the study is that the disclosure of the structure of propagating the volatility of returns of these two theoretical portfolios can provide important elements for proper construction of optimal hedging strategies and risk management. As main results, there is evidence of greater persistence and asymmetry in volatility Small Cap Series The quality criteria used in setting indicated, for both series, one TARCH model with Student's t distribution. The empirical results suggest that the implementation of policies that encourage the use of hedging instruments for equity portfolios should incorporate pronounced persistence of shocks in the volatility. Still, models with t-student distribution obtained better adjustments for the series. The data used represent daily rates between the years 2005 and 2011.

**Keywords:** Volatility. ARCH. GARCH. Stock indices.

### RESUMEN

El objetivo de este estudio es investigar la existencia de persistencia y asimetría en la estructura de la volatilidad del índice devuelve los modelos del Medio Large Cap y Small Cap de series de tiempo de clase GARCH simétrico y asimétrico con distribución de probabilidad gaussiana, t-student y GED distribuciones. El propósito fundamental del estudio es que la revelación de la estructura de la propagación de la volatilidad de los rendimientos de estas dos carteras teóricas puede aportar elementos importantes para la construcción adecuada de estrategias de cobertura óptimos y gestión de riesgos. Como principales resultados, existe evidencia de una mayor persistencia y la asimetría en la volatilidad de la serie Small Cap Los criterios de calidad utilizados en el establecimiento indicado, para ambas series, un modelo TARCH con la distribución t de Student. Los resultados empíricos sugieren que la aplicación de políticas que fomenten el uso de instrumentos de cobertura de carteras de renta variable debe incorporar persistencia pronunciada de los choques en la volatilidad de los rendimientos. Sin embargo, los modelos con la distribución t-student obtienen mejores ajustes para la serie. Los datos utilizados representan tasas diarias entre los años 2005 y 2011

**Palabras clave:** Volatilidad. ARCH. GARCH. Índices bursátiles.

## 1. INTRODUÇÃO

A volatilidade é um dos componentes mais relevantes na tomada de decisões acerca das estratégias de hedge e gerenciamento de riscos com ativos. Isso porque ela traduz de forma direta e indireta a estrutura de incertezas presentes nos preços e retornos desses ativos. Para Bollerslev,

Chou e Kroner (1992, p. 46) a “volatilidade é uma variável-chave que permeia a maioria dos instrumentos financeiros e que exerce um papel central em diversas áreas de economia e finanças”. A presença potencial de persistência e assimetria aos choques de informação em séries de retorno tem sido um importante objeto de estudo de pesquisadores a exemplo dos trabalhos mais recentes de Brownlees e Engle (2011), Bekaert e Engstrom (2013), Haas, Krause et al.(2013), dentre outros.

No Brasil, Ziegelman e Pereira (1997), utilizaram modelos de volatilidade estocástica com e sem deformação temporal para a estimação dos retornos do IBOVSPA. Herencia (1997) utilizou a série de retornos da Telebrás PN para investigação de sua dinâmica temporal. Barcinski et al. (1997) estudaram o comportamento e a volatilidade de seis ativos negociados na Bovespa e Pinheiro (2013) verificou os ganhos financeiros anormais em ações das empresas com práticas corporativas no mercado brasileiro.

Algumas evidências internacionais a exemplo de Busse, Goyal e Wahal (2010) sugerem contradizer a eficiência do mercado no que se refere à volatilidade observada dos preços das ações. Em um mercado eficiente, os preços das ações deve ser consideravelmente menos volátil do que realmente são no mundo real. A incapacidade da teoria dos mercados eficientes para explicar a volatilidade dos preços decorre, pelo menos em parte, do fato de que ele não leva em conta a aversão ao risco dos investidores.

Os modelos formais de volatilidade parecem capturar uma estrutura de volatilidade plausivelmente mais elevada. Assim, sob o pressuposto da aversão ao risco a volatilidade dos movimentos de preços de ações parece exibir um comportamento frequentemente atípico. Entretanto, tais achados divergem dos apontamentos de Cheung e Lai (1996) que identificaram ausência de persistência em vários mercados internacionais de retornos de ativos financeiros e Crato (1994) apresentou evidência similar às séries de retornos nos países constituintes do G-7.

A discussão de elevado nível sobre a persistência na volatilidade ainda suscita ambiguidade e certa controvérsia, sobretudo, em mercados menos desenvolvidos.

Por esta razão, a atualização e investigação das propriedades da volatilidade de ativos e índices financeiros para o caso brasileiro, assume contornos de relevância primária na postulação de estratégias de investimento, sobretudo para estratégias orientadas para *VaR* (valor em risco) e

Anderson Luiz Rezende Mól - Israel José dos Santos Felipe- Franklin Medeiros Galvão Júnior

*Expected Shortfall*. Razão disso, Brooks (2002), Mota e Fernandes (2004), Jubert *et al.*(2008), e outros autores destacam a relevância do estudo da volatilidade, considerando sua aplicação no apereçamento de ativos e no gerenciamento de risco.

Nesse processo, o rigor na estimação da volatilidade é importante não só para o esboço de estratégias de *hedging* como também permite captar momentos de incerteza no mercado abrindo espaço para ganhos especulativos (MORAIS E PORTUGUAL, 1999).

Neste sentido, este artigo investiga a estrutura da volatilidade nos retornos de dois importantes índices de ações brasileira no período de 2005 a 2011. A razão para escolha dos índices de preço *Mid-Large Cap* e *Small Cap* se alinha ao exposto no trabalho de Busse, Goyal e Wahal (2010) que observaram a *performance* e persistência de ativos no mercado financeiro americano. Neste sentido, os dois índices representam proxies para características idiossincráticas de ativos de maior e menor capitalização. Assim sendo, estes são utilizados como *benchmark* para carteiras de investimento de maior e menor projeção especulativo.

De forma específica, motivou-nos o exame de duas características vitais de tal processo; a persistência a choques e assimetrias na volatilidade. A análise do padrão da volatilidade dos retornos gerados possui implicações importantes concernentes à formulação de políticas para o setor e *performance* econômica do país. Neste sentido, e pelas características do índice *Small Cap*, espera-se que o mesmo reproduza, de forma mais evidente, as imperfeições acerca da assimetria e persistência no retorno do índice.

Ainda, empregaram-se modelos com estruturas de distribuições gaussianas e leptocúrticas variantes da classe de modelos de heteroscedasticidade condicional autorregressiva generalizada, GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedascity*) para caracterizar e analisar a variância condicional (volatilidade) das séries de retornos diários dos índices *Mid-Large Cap* e *Small Cap*.

Empiricamente, uma forte pressuposição aplicada aos modelos de séries financeiras GARCH é que os retornos apresentam-se, condicionalmente em distribuições normais. Referimos a estes casos, em específico, como modelos GARCH normais ( $GARCH \sim N$ ), em que é bem conhecido como modelos de tratamento de conglomerado de volatilidades tipicamente exibidas em séries financeiras e econômicas. Entretanto, a curtose considerada em modelos GARCH

gaussianos ( $GARCH \sim N$ ) tende a ser consideravelmente menor do que a curtose observada na maioria das séries de retorno. Isto posto, Bollerslev (1986) evidenciou excesso de curtose em séries mensais do índice S&P 500 e propõe o uso da distribuição  $t$  para os modelos GARCH ( $GARCH \sim t$ )

Embora as classes desses modelos possam produzir características semelhantes, têm implicações práticas e teóricas distintas.

Neste estudo utilizam-se modelos paramétricos em tempo discreto. As razões dessa escolha se apropriam das evidências encontradas em Priestley (1981) em que a estrutura de modelos paramétricos discretos parece reproduzir, com menor ruído, a estrutura de volatilidade de uma série.

Não se considerou técnicas não paramétricas por entender que os modelos paramétricos não lineares, na média, apresentam desempenho superior às abordagens tradicionais. Tais resultados são apresentados em trabalho seminal de Weigend *et al.* (1992).

A importância deste trabalho está associada à crescente demanda por métodos científicos para avaliação de riscos<sup>1</sup> no comportamento de mercados.

O controle de risco está intrinsecamente associado à teoria de previsão na qual a análise univariada de séries de tempo desempenha importante papel. Com isto não se quer dizer que se acredita que as características essenciais de alguma série estejam fundamentalmente associadas a um modelo univariado específico, mas tão somente que tal modelo univariado pode ser uma primeira aproximação que permita a investigação de características importantes e apresente desempenho preditivo satisfatório para uma futura generalização multivariada.

Isto posto, o que se supõe é que, em alguns casos, a desconsideração da presença de persistência, assimetria ou não linearidade pode ser mais grave que a simplificação do aspecto multivariado.

---

<sup>1</sup> Tanto do ponto de vista microeconômico do investidor que queira manter uma posição de mercado compatível com o seu comportamento diante do risco e sua relação com o retorno esperado, quanto do ponto de vista macroeconômico de antecipação de eventos, evitando possíveis *crashes* que se propaguem com profundos efeitos adversos para a economia mundial.

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

A estrutura da volatilidade está relacionada à observação das características de ativos. De forma geral, se investigam, com certa frequência, evidências sobre assimetria e persistências na volatilidade dos ativos. Pela assimetria se busca examinar se um ativo ou carteira de ativos e índices responde de forma assimétrica a choques de informações. Ou seja, se a resposta a choques negativos difere à influência causada por choques positivos de mesma magnitude (CERETTA e COSTA JR, 1999; COSTA e BAIDYA, 2003; MÓL *et al.* 2003; MÓL, CASTRO JUNIOR e SÁFADI, 2004; SILVA, SÁFADI e CASTRO JUNIOR, 2005; GAIO *et al.*, 2007; JUBERT *et al.*, 2008). Outro fato investigado é se esses choques tendem a repercutir por longos períodos de tempo. Aqui chamamos de análise da persistência (SILVA, SÁFADI e CASTRO JUNIOR, 2005; GAIO *et al.*, 2007).

Brooks *et al.* (2000) estudaram o comportamento da volatilidade da taxa de câmbio usando várias séries da taxa de câmbio diferente para o período de tempo entre 1986 e 1997 e descobriu que a série de retorno não mostrou sinais de resposta assimétrica a quaisquer choques na volatilidade da taxa.

Ceretta e Costa Jr. (1999) encontraram evidências contrárias ao examinarem a influência de eventos positivos e negativos sobre a volatilidade nos mercados de ações da América Latina. A partir de um modelo GJR-GARCH(1,1) para o principal índice do Brasil, México, Argentina, Venezuela, Chile, Colômbia e Peru, entre janeiro de 1995 a dezembro de 1998, concluíram que a influência causada por eventos negativos é superior à influência causada por eventos positivos de mesma magnitude.

Resultado similar é encontrado em Souza Sobrinho (2001) que estimou a volatilidade do IBOVESPA utilizando modelos da família GARCH e modelos de volatilidade estocástica, concluindo que as metodologias capturam um efeito assimétrico dos retornos, sobretudo a partir da modelagem EGARCH(1,1).

Mól *et al.* (2003) modelaram as séries de retorno do futuro de café, examinando o processo da volatilidade por meio de modelos da classe ARCH. Os resultados sugerem fortes sinais de persistência e assimetria na volatilidade das séries mais distantes do vencimento dos contratos. Os critérios de qualidade dos ajustes indicaram que os modelos da família ARCH

estimados tiveram bom desempenho. Silva, Sáfyadi e Castro Junior (2005) analisaram, para o mercado spot, a volatilidade dos retornos de duas *commodities* agrícolas brasileiras, o café e a soja. Os resultados convergem para o trabalho Mól et al. (2003), utilizando modelos da classe ARCH. Os resultados evidenciaram um comportamento semelhante da volatilidade das duas séries. As duas séries de retornos apresentaram fortes sinais de assimetria na volatilidade, indicando que choques negativos e positivos têm impactos diferenciados sobre a volatilidade dos retornos, fatos comprovados pelos modelos GARCH, EGARCH e TARCH gaussianos.

Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) demonstraram que a influência exercida por eventos negativos sobre a volatilidade é superior à dos eventos positivos no mercado norte-americano. Engle e Ng (1993) estudaram o mercado acionário japonês utilizando modelos da classe GARCH para capturar o impacto de eventos sobre a volatilidade. Issler (1999) apresentou uma análise empírica abrangente da variância condicional do retorno de quatro ativos negociados no mercado financeiro brasileiro usando vários modelos da classe ARCH. Os resultados mostraram que a volatilidade do câmbio apresentava mudanças de regime, a da série de retornos do cacau não tinha assimetria na variância, enquanto os retornos da Telebrás PN e do C-bond (título da dívida brasileira) apresentaram sinais de assimetria na variância, favorecendo o efeito alavancagem.

Moreira e Lemgruber (2004) avaliaram o uso de dados de alta frequência na estimação das volatilidades diária e intradiária do IBOVESPA e no cálculo do valor em risco (VaR) com o uso dos modelos GARCH e EGARCH. Concluíram que o uso de retornos de alta frequência nos modelos GARCH e EGARCH sem o tratamento prévio do fator sazonal gera fortes distorções na previsão da volatilidade intradiária. A filtragem da sazonalidade mostrou-se indispensável ao uso dos modelos. O uso de dados intradiários para a obtenção de previsões da volatilidade diária é factível e apresentou bons resultados.

Mota e Fernandes (2004) investigaram o desempenho dos estimadores alternativos de Garman e Klass na extração da volatilidade do IBOVESPA por meio da metodologia de variância realizada (assintoticamente livre de erro), proposta por Andersen e Bollerslev (1998). Os autores concluem que, em geral, alguns estimadores de Garlan e Klass apresentaram resultados comparáveis aos do modelo GARCH, apesar de serem mais simples.

A maior parte dos artigos que tratam da volatilidade tem como base de análise o modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) formalizado por Bollerslev (1986). Engle (2002) e Harris e Sollis (2003) discutem a utilidade de diferentes modelos ARCH e GARCH em suas pesquisas e explicam que as estruturas GARCH são mais adequadas para a modelagem da volatilidade de séries temporais. Proposições equivalentes também são discutidas em Bollerslev, Chou, e Kroner (1992), Engle e Susmel (1993), Brooks e Persaud (2001), McMillan e Speight (2001), Malik, Ewing, e Payne (2005), Malik e Hassan (2004) e Rahman e Serletis (2009).

No que se refere às análises de volatilidade determinística ou estocástica, Barossi-Filho, Achcar e Souza (2010) sugeriram que os modelos de volatilidade estocástica apresentaram resultados superiores aos de modelos da classe ARCH e GARCH. No entanto, autores como Morais e Portugal (1999) e Souza Sobrinho (2001) já alegavam que não é possível escolher, de forma segura, qual o melhor modelo para descrever retornos e volatilidade, sobretudo quando as estimativas encontradas são muito próximas, caso específico encontrado no trabalho de Barossi-Filho, Achcar e Souza (2010), demonstrando que ambas as metodologias são marginalmente equivalentes.

Silva, Sáfiadi e Castro Junior (2005) demonstraram que os modelos GARCH, EGARCH e TARARCH são capazes de deduzir o impacto diferenciado de choques positivos e negativos de informação sobre a volatilidade de ativos.

Embora haja outras proposições metodológicas para análise de volatilidade, a exemplo de redes neurais, modelos com cópulas e fractais, este *paper* segue as proposições tradicionais para investigação da assimetria e persistência haja vista a maior convergência dos *papers* para tais classes de métodos.

### **3. APORTE METODOLÓGICO**

As abordagens sobre persistência, assimetria e aglomerados de volatilidade podem ser observadas por diferentes métodos. Neste trabalho, em específico, explicitam-se apenas os métodos de variância condicional por serem estes que melhor captam os fatos estilizados da maioria das séries de retornos (leptocurtose, aglomerados de volatilidades e assimetria)



A abordagem inicial se deve a Bollerslev *et al.* (1992) e vem sendo desenvolvida desde o início dos anos 1980, com inúmeras aplicações para séries financeiras em uma grande quantidade de extensões. O sucesso dessa classe de modelos se deve, em grande parte, ao fato de tratar diretamente duas das principais características recorrentemente observadas em dados financeiros: caudas pesadas e dependência temporal.

Para a investigação de persistência, o que em geral se faz é estimar um modelo adequado da família ARCH para prever a volatilidade condicional  $\hat{\sigma}_{t|t-1}$ .

### 3.1 Modelos econométricos de volatilidade determinística

As séries financeiras como as demais séries de preço e econômicas são, em sua grande maioria, não estacionárias. Ainda, as séries financeiras não estacionárias assemelham-se a um passeio aleatório (*random walk*), o que sugere alto grau de persistência a choques e uma volatilidade não condicional variante no tempo. Tais efeitos podem ser atribuídos às características de heterocedasticidade.

No caso de não ser válida a hipótese de normalidade não condicional, modela-se a distribuição condicional dos retornos. A abordagem inicial se deve a Bollerslev e Wooldridge (1992). Este procedimento vem sendo desenvolvido desde o início dos anos 1980 com inúmeras aplicações para séries financeiras em uma grande quantidade de extensões. A popularidade dessa classe de modelos se deve, em grande parte, ao fato de tratar diretamente duas das principais características recorrentemente observadas em dados financeiros: caudas pesadas e dependência temporal.

Entretanto, até pouco tempo, o enfoque da maioria dos modelos econométricos e financeiros de séries de tempo centraram, primordialmente, no momento condicional com qualquer dependência temporal. Aspectos dos momentos mais elevados eram tratados como um ruído.

Nesse sentido, uma classe de modelos instrumentais foi introduzida por Engle (1982), o “*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*” (ARCH). O modelo ARCH expressa a variância condicional como uma defasagem distribuída do quadrado dos retornos passados.

Em geral existe uma alta persistência na volatilidade das séries de retornos. Isso faz com que a dimensionalidade do modelo ARCH seja elevada, implicando a necessidade de estimação de um grande número de parâmetros.

O modelo generalizado da família ARCH (GARCH – Generalized ARCH), proposto por Bollerslev (1986), constitui uma tentativa de expressar, de forma mais parcimoniosa, a dependência temporal da variância condicional. Neste sentido, o modelo é descrito por:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t / \psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} = \alpha_0 + A(L) \varepsilon_t^2 + B(L) h_t \end{aligned} \quad (1)$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t b$$

onde as restrições são dadas por:  $q > 0$ ,  $p \geq 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ , ( $i = 1, \dots, q$ ) e  $\beta^i \geq 0$ , ( $i = 1, \dots, p$ ). Se  $p = 0$ , o modelo se reduz a um ARCH (q) e, então  $\varepsilon_t$  é um ruído branco.

Para que o processo seja bem definido, é requerido também que  $h_t = \frac{\alpha(L) \varepsilon_t^2}{1 - \beta(L)}$  seja não negativo e que as raízes do polinômio  $\beta(\lambda) = 1$  estejam fora do círculo unitário.

Nesse sentido, o modelo GARCH (p,q) descreve a volatilidade (variância condicional) de uma série de retornos dependente de uma constante de informações defasadas da volatilidade (os termos  $\varepsilon_{t-i}^2$ ) e de variâncias previstas passadas (os termos  $h_{t-i}$ ). De acordo com Swaray (2002), a inclusão de variâncias condicionais defasadas pode capturar a aprendizagem adaptativa que caracteriza o processo.

Engle (1982) afirma que a especificação mais robusta verificada nas aplicações financeiras é a do modelo GARCH (1,1). Nesse modelo, a variância condicional além de depender do quadrado dos retornos passados como no modelo ARCH, depende também do passado das próprias variâncias condicionais.

Caso os parâmetros  $\alpha_1 + \beta_1 = 1$  diz-se, então, que existe persistência dos choques de informação na volatilidade dos retornos de maneira que se passa a ter um modelo GARCH Integrado ou IGARCH<sup>2</sup>

Entretando, para uma a distribuição condicional de retorno do ativo  $\{R_t\}$ ,  $t = 1, \dots, T$  padronizada com *t-Student* com média  $R_{t/t-1}$  e variância  $h_{t/t-1}$  e  $\nu$  graus de liberdade, tem-se, então, que:

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim f_\nu(\varepsilon_t / \psi_{t-1}) \quad (2)$$

onde  $f_\nu(\cdot)$  é a função de densidade condicional para  $\varepsilon_t$ , que é da forma:

$$f_\nu(\varepsilon_t / \psi_{t-1}) = \Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)^{-1} \left((\nu-2)h_{t/t-1}\right) \left(1 + \varepsilon_t^2 (h_{t/t-1}^{-1})(\nu-2)^{-1}\right)^{\frac{-(\nu+1)}{2}} \quad (3)$$

com  $\nu > 2$  e  $\Gamma$  sendo uma função gamma<sup>3</sup>.

Pela decomposição do erro de previsão, a função log-verossimilhança para a série  $R_1, \dots, R_T$  é dada por:

$$L_t(\phi) = \sum_{t=1}^T \log f_\nu(\varepsilon_t / \psi_{t-1}) \quad (4)$$

Portanto, maximizando a função de verossimilhança (4), onde:

$$\begin{aligned} \ln f_\nu(\cdot) = & \ln \Gamma(0,5(\nu+1)) - \ln \Gamma(0,5\nu) - 0,5 \ln(\nu-2) - 0,5 \ln(h_t) - \\ & - 0,5(\nu+1) \ln \left( 1 + \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right) (\nu-2) \right) \end{aligned} \quad (5)$$

são obtidos os parâmetros do modelo.

O modelo t-GARCH (1,1) é então exposto da forma a seguir:

<sup>2</sup> Ver Engle e Bollerslev (1986) e Nelson (1991).

<sup>3</sup> Ver James (1996)

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t/\psi_{t-1} &\sim f_v(\varepsilon_t/\psi_{t-1}) \\
h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \\
\varepsilon_t &= R_t - x_t b
\end{aligned} \tag{6}$$

### 3.2 Modelos econométricos com assimetria (EGARCH, TARCh e GJR)

Adicionalmente, a correlação entre os retornos dos ativos e a mudança na sua volatilidade pode ser positiva. Observa-se, então, que as notícias ruins aumentam a volatilidade. Por esta razão, Nelson (1991) propôs um modelo não linear alternativo, o EGARCH (Exponencial GARCH), sob a forma:

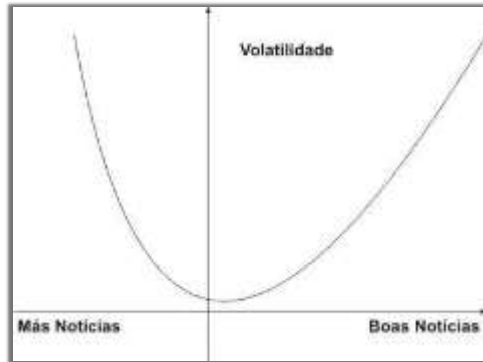
$$\begin{aligned}
\varepsilon_t/\psi_{t-1} &\sim N(0, h_t) \\
\log(h_t) &= \omega + \beta \log(h_{t-1}) + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \alpha \left[ \frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \\
\varepsilon_t &= R_t - x_t b
\end{aligned} \tag{7}$$

Nesse modelo, ao incluir o choque padrão ( $\varepsilon_{t-1}$ ) e o seu valor absoluto, dá-se maior flexibilidade à equação da variância permitindo que ela capture alguma assimetria na relação entre os retornos de mercado e a volatilidade condicional. O modelo é assimétrico devido à existência do coeficiente  $\gamma$ , que capta o efeito alavancagem, reportado com intensa frequência na literatura. Segundo a teoria da alavancagem, um dos fatores que pode afetar a volatilidade do preço de uma ação específica é o grau de alavancagem financeira da empresa. As ideias seminais sobre essa teoria estão presentes nos artigos de Black (1976) e Christie (1982).

Em um artigo influente sobre a relação entre o preço das ações e a volatilidade dos seus retornos, Christie (1982) comenta que essa relação entre a variância dos retornos e o preço de uma ação tende a ser negativa. O “efeito alavancagem” de que trata a teoria sustenta que a queda no preço de uma ação (retorno negativo) aumenta a alavancagem financeira da empresa, na medida em que altera a proporção de capital de terceiros em relação ao capital próprio. Com um grau de endividamento maior, a ação torna-se mais arriscada, o que determina um incremento na

volatilidade de seus retornos subsequentes. Segundo o autor, a chegada de informações no mercado é responsável por parte das flutuações observadas na variância dos retornos dos ativos, conforme esboçado na figura a seguir.

Figura 1: Efeito Alavancagem



Fonte: Enders, 2004

Outra diferença da especificação exponencial para os modelos GARCH, é que grandes erros provocam maiores impactos na volatilidade sejam eles de valores positivos ou negativos como pode ser notado pelo termo  $|\varepsilon_{t-1}|$ . Assim sendo, os choques de informação têm efeito exponencial e não quadrático.

Isto posto, quando  $\gamma = 0$ , indica-se ausência de assimetria na volatilidade. Um procedimento de teste para o efeito da assimetria na série é checar a significância de  $\gamma$  no modelo. Se  $\gamma$  for estatisticamente diferente de zero, evidencia-se um impacto diferenciado de choques negativos e positivos na volatilidade. Se  $\gamma < 0$ , evidencia-se presença do “efeito alavancagem”.

Outras duas estruturas para captar o efeito alavancagem e assimetria na volatilidade são os modelos GJR-GARCH proposta por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e TARARCH de Zakoian (1994). A variância condicional dos modelos GJR-GARCH (1,1) e TARARCH(1,1) (*Threshold Autoregressive Conditional Heterocedasticity*) pode ser definida por:

$$\varepsilon_t / \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \omega + \beta h_{t-1} + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (8)$$

$$\varepsilon_t = R_t - x_t b$$

$$d_t = 1 \text{ se } \varepsilon_t < 0$$

$$0 \text{ se } \varepsilon_t \geq 0$$

Logo, quando  $\gamma > 0$  captura-se o efeito alavancagem. Por outro lado com  $\gamma = 0$  o modelo TARCH (1,1) reduz-se a um GARCH (1,1). Assim sendo, a variável *dummy* assume o valor  $d_{t-1} = 1$ , se  $\varepsilon_{t-1} < 0$ , e  $d_{t-1} = 0$ , caso contrário. Nesse sentido, não há assimetria na variância se  $\gamma = 0$ . Previsões negativas de mercado ( $\varepsilon_{t-1} < 0$ ) têm um impacto de  $\alpha + \gamma$ . Já informações positivas ( $\varepsilon_{t-1} > 0$ ) têm impacto  $\alpha$ .

A substancial diferença entre os modelos GJR e TARCH concentra-se na dimensionalidade do termo que capta o choque informacional. Em termos empíricos, o modelo TARCH admite a assimetria para  $\gamma = 1$  e para  $\gamma = 2$  o modelo GJR de Glosten *et al.* (1993).

## Base Dados

Os dados utilizados neste trabalho são as séries históricas diárias dos índices *Mid- Large Cap* (MDLC) e *Small Cap* (SMALL). Esses índices foram selecionados tendo em vista a sua relevância para o mercado financeiro como um todo, pois ambos têm por objetivo mensurar o comportamento de empresas listadas na Bolsa de modo segmentado. O índice MDLC determina o retorno de uma carteira formada por empresas listadas de maior capitalização, e o SMALL mede o retorno de uma carteira composta por empresas de menor capitalização.

O índice MDLC representa todas as empresas que, conjuntamente, totalizem 85% do valor de mercado na bolsa. Já as demais empresas que não se enquadram no requisito exposto são elegíveis para compor o índice SMALL. Nesta composição, as ações componentes são selecionadas por sua liquidez, e são ponderadas nas carteiras pelo valor de mercado.

Os dados compreendem o período de 01 de setembro de 2005 à 28 de fevereiro de 2011, abrangendo um total de 1.355 observações para cada uma das séries, coletadas no Economática. A Janela temporal utilizada no estudo compreende a disponibilidade dos dados para as séries.

Para a extração dos retornos compostos continuamente de ambas as séries utilizou-se:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

onde:

ln: logaritmo natural

$P_t$ : valor de cotação do índice no tempo  $t$ ;

$P_{t-1}$ : valor de cotação do índice no tempo imediatamente anterior a  $t$

Depois do cálculo da série de retornos, procedeu-se à modelagem das séries de retornos. Para isso foram estimados os modelos GARCH(1,1), TARCH(1,1) e EGARCH(1,1). Para o melhor ajuste dos dados utilizou-se suas versões com distribuição  $t$  de Student restrita a 10 *graus de liberdade*<sup>4</sup> e a distribuição de erros generalizados (GED) com correção de Bollerslev e Wooldridge. As versões para distribuições ( $t$  com graus de liberdade fixo e distribuição generalizada dos erros) foram propostas para captar as caudas pesadas presentes nas séries financeiras. A distribuição GED converge uma distribuição normal para uma distribuição com caudas mais leves ou pesadas. Neste artigo, calibrado para distribuições com caudas mais pesadas.

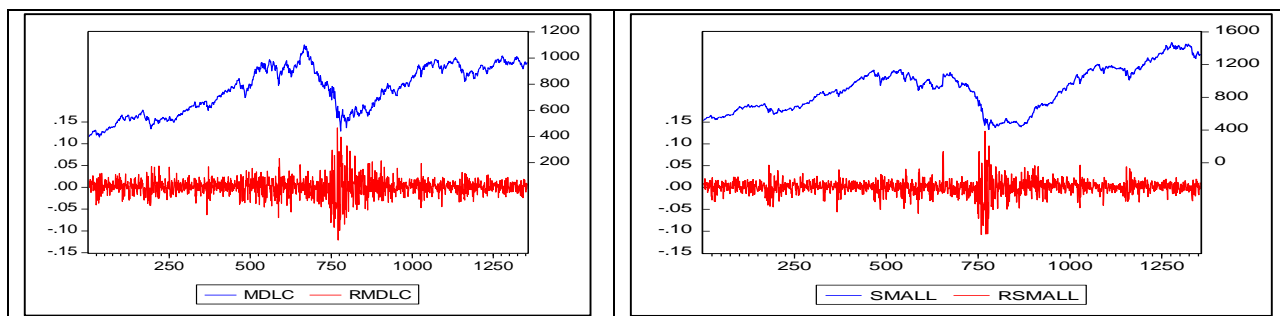
Após a aplicação dos modelos com os respectivos ajustes, estes foram classificados de acordo com a máxima da função de verossimilhança e critérios de informação de Schwarz e Akaike. Os modelos que apresentaram p-valor maior que 5% e os que não alcançaram convergência após 500 iterações foram desconsiderados da análise.

#### 4. RESULTADOS E APLICAÇÃO DOS MODELOS

Os Gráficos 1 e 2 ilustram o comportamento das séries de preço e retornos das séries MDLC e SMALL, respectivamente. Estas séries contemplam as cotações diárias desses índices no período de 01 de setembro de 2005 a 28 de fevereiro de 2011.

---

<sup>4</sup> Procedimento realizado limitando os graus de liberdade na distribuição  $t$  para capturar caudas mais pesadas, haja visto que como o tamanho da amostra é grande este tende para a distribuição normal. A proposição de 10 graus de liberdade segue as proposições de Kane e Staiger (2001/2002).

**Gráfico 1.** MDLC: séries de preços e retornos**Gráfico 2.** SMLL: séries de preços e retornos**Fonte:** Dados da pesquisa.

Notas:

MDLC corresponde à série de preços do índice *Mid-Large Cap*.RMDLC corresponde à série de retornos do índice *Mid-Large Cap*.SMALL corresponde à série de preços do índice *Small Cap*.RSMALL corresponde à série de retornos do índice *Small Cap*.

Uma breve inspeção visual nos gráficos sugere que ambas as séries de retornos apresentam sinais de heterocedasticidade e de agrupamento de volatilidade, características que compõem fatos estilizados em séries financeiras.

Algumas estatísticas descritivas básicas para os retornos das séries são apresentadas na Tabela (1).

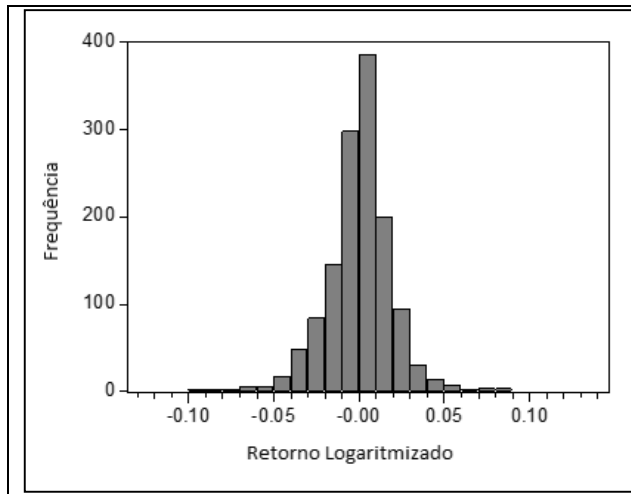
**Tabela 1.** Estatísticas Descritivas

Estatísticas	MDLC	SMLL
Média	0,000658	0,000700
Assimetria	0,005635	-0,357571
Curtose	8,512286	11,12929
Desvio padrão	0,020298	0,017281
Jarque & Bera	1714,245	3757,169
p-valor J&B	0,000000	0,000000

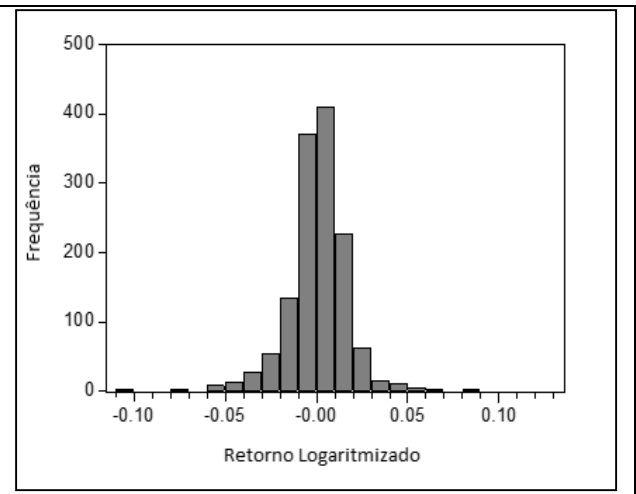
**Fonte:** Dados da pesquisa.

Através do teste de normalidade proposto por Jarque e Bera (1987) pode-se verificar que a assimetria e a curtose são fortemente significativas, indicando que os retornos de ambas as séries apresentam distribuição leptocúrtica em relação à distribuição normal, conforme exibem os Gráficos 3 e 4.





**Gráfico 3:** Distribuição dos retornos da série MDLC  
**Fonte:** Dados da pesquisa.



**Gráfico 4:** Distribuição dos retornos da série SMALL

Os resultados da Tabela 2 indicam que todas as séries de retorno são estacionárias e não apresentam raízes unitárias. Os testes foram realizados por meio do critério Dickey-Fuller Aumentado (ADF), proposto por Dickey e Fuller (1979). O teste aponta evidências para a rejeição da hipótese nula de existência de raiz unitária. Desta forma, não foi necessário adequar modelos para a média, pois a estrutura da média apresentou-se como estacionária.

**Tabela 2:** Teste de estacionaridade para as séries de retornos de MDLC e SMALL

Testes de Raiz Unitária	MDLC	SMALL
Dickey-Fuller Aumentado (ADF)	-36,71036	-33,89477

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Nota:

O valor crítico a 5% de significância é 2.86.

\* ADF e PP testes são calculados pela estatística t (veja em Wei, 1997).

A Tabela 3 mostra algumas estimativas dos coeficientes das funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial para os retornos das séries.

**Tabela 3:** Estimativas dos coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial para as séries de retornos de MDLC e SMALL

Retornos	MDLC	SMALL
$a_1 (p_1)$	0,001 (0,001)	0,081 (0,081)
$a_2 (p_2)$	-0,054 (-0,054)	-0,026 (-0,033)
$a_3 (p_3)$	-0,081 (-0,081)	-0,007 (-0,002)
$a_4 (p_4)$	0,003 (0,000)	0,006 (0,006)
$a_5 (p_5)$	-0,013 (-0,021)	0,029 (0,028)
$\frac{2}{\sqrt{T}}^*$	0,054	0,054

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Notas:

$a_i$  e  $p_i$  denotam os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial da  $i$ -ésima ordem, respectivamente

\* Limite assintótico para a função de autocorrelação

Através desses resultados, constata-se que as séries se comportam como “ruído branco”. Na sequência implementou-se o teste de Multiplicador de Lagrange (ENGLE, 1982) nos resíduos dos modelos com média estacionária, para investigar as evidências de que a volatilidade das séries de retorno possuem um padrão heterocedástico. Os  $p$ -valores do teste para efeitos heterocedásticos estão expostos na tabela 4.

**Tabela 4:** Teste de heterocedasticidade para as séries de retorno

Resíduos MDLC		Resíduos SMALL	
Lag	p-valor	Lag	p-valor
1	0,000000	1	0,000000
5	0,000000	5	0,000000
10	0,000000	10	0,000000
15	0,000000	15	0,000000
20	0,000000	20	0,000000

**Fonte:** Dados da pesquisa.

Notas:

A hipótese nula ( $H_0$ ) é a de ausência de heterocedasticidade.

A hipótese alternativa ( $H_1$ ) é a de presença de heterocedasticidade.

De acordo com os  $p$ -valores apresentados, o teste para efeitos ARCH de Engle (1982) fornece fortes evidências contra a hipótese nula de não haver heterocedasticidade condicional na volatilidade dos retornos para MDLC e SMALL.

Gerado os resíduos para a modelagem da variância, o próximo passo foi modelar a volatilidade dos retornos das séries. Para isso foram testados os modelos GARCH (1,1), TAR

(1,1) e EGARCH (1,1), consideradas as formas mais robustas de análise por apresentarem a menor restrição de parâmetros. Além da especificação gaussiana, os modelos também foram estimados com versões menos restritivas para a distribuição de probabilidades através das distribuições *t* de *Student* com grau de liberdade imposto (fixo) e distribuição de erros generalizados – GED (*Generalized Error Distribution*).

Após a modelagem dos dados das séries, os modelos que apresentaram p-valores acima de 5% foram desconsiderados da análise. Os modelos que se mostraram mais robustos aos dados da série MDLC foram as estruturas GARCH aproximados para a distribuição *t* de *Student* (GARCH-t), GARCH ajustado para distribuição *t* de *Student* com imposição nos graus de liberdade (GARCH-t'), TARCH ajustado pela distribuição *t* de *Student* (TARCH-t), TARCH ajustado pela distribuição *t* de *Student* com imposição nos graus de liberdade (TARCH-t'), EGARCH, EGARCH ajustado pela distribuição *t* de *Student* (EGARCH-t), EGARCH ajustado para distribuição *t* de *Student* com imposição nos graus de liberdade (EGARCH-t') e EGARCH ajustado pela distribuição de erros generalizados (EGARCH GED).

As estimativas para cada um dos modelos são apresentadas nas Tabelas 5 e 6.

A soma dos parâmetros  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  no modelo GARCH(1,1) foi igual a 0,9259, indicando que um choque na série de retornos da MDLC terá efeito por vários períodos na volatilidade desses retornos. O modelo EGARCH(1,1) fornece evidências de assimetria na volatilidade dos retornos da série MDLC, já que o coeficiente do termo  $\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$  mostrou-se significativo aos níveis usuais de significância. Desta forma, choques positivos e negativos têm impactos distintos sobre a volatilidade, e com evidências do efeito alavancagem.

Para a série SMLL os modelos são reportados na tabela 7. A qualidade dos ajustes de cada um dos modelos é reportada nas Tabelas 7 e 8.

**Tabela 5** – Resultados da estimação dos modelos – Série MDLC

Variância	GARCH-t	GARCH-t'	TARCH-t	TARCH-t'	Variância	EGARCH	EGARCH-t	EGARCH-t'	EGARCH GED
$\omega$	4,71 (6,3017)	4,30 (6,8658)	6,00 (7,3657)	5,46 (7,9293)	$\omega$	0,0087 (3,2731)	-0,1260 (-3,3370)	-0,1524 (-4,1956)	-0,0077 (-3086,063)

$\varepsilon_{t-1}^2$	0,1315 (6,7580)	0,1235 (7,5237)	0,0429 (2,0673)	0,0406 (2,2761)	$ \varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1} $	0,0247 (15,1083)	0,0409 (5,7095)	0,0423 (7,1297)	-0,011 (-34150,61)
$\sigma_{t-1}^2$	0,7944 (37,4738)	0,7967 (40,6117)	0,7644 (34,6577)	0,7704 (37,4247)	$\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$	0,1080 (21,9907)	0,0264 (3,8195)	0,0252 (4,4244)	0,0044 (-32,5723)
$d_{t-1} \cdot \varepsilon_{t-1}^2$			0,2054 (5,2136)	0,1894 (5,6804)	$\ln(\sigma_{t-1}^2)$	1,0025 (2933,297)	0,9903 (275,9443)	0,9880 (289,0360)	0,9985 (3800115,00)

**Nota:**

1. Fora dos parênteses está o coeficiente, e dentro dos parênteses está a Estatística t.
2. Todos os modelos foram estimados na sua forma mais robusta (ex.: GARCH (1,1), TARCH (1,1) etc.)

**Tabela 6 – Qualidade do ajuste – Série MDLC**

Indicador	GARCH-t	GARCH-t*	TARCH-t	TARCH-t*	Indicador	EGARCH	EGARCH-t	EGARCH-t*	EGARCH-GED
Ln (L)	9081,751	9071,807	9097,962*	9089,725	Ln (L)	6952,025	9059,374	9036,214	8371,878
SIC	-6,9819	-6,9773	-6,9914*	-6,9881	SIC	-5,3418	-6,9617	-6,9468	-6,4352
AIC	-6,9909	-6,9841	-7,0027*	-6,9971	AIC	-5,3508	-6,9729	-6,9559	-6,4443
Erro Padrão	0,019347	0,019344*	0,019351	0,019347	Erro Padrão	0,019347	0,019351	0,019347	0,019347

**Nota:**

1. \* indica o melhor modelo segundo o critério em questão.
2. SIC é o critério de informação de Schwarz.
3. AIC é o critério de informação de Akaike.
4. Erro padrão é o erro padrão do modelo.

A soma dos parâmetros  $\alpha_1$  e  $\beta_1$  no modelo GARCH(1,1) é igual a 0,9462, indicando que um choque na série de retornos da série MDLC terá efeito por vários períodos na volatilidade desses retornos. O modelo EGARCH(1,1) fornece evidência de assimetria na volatilidade dos retornos da série MDLC, já que o coeficiente do termo  $\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$  mostrou-se significativo aos níveis usuais de significância. Desta forma, choques positivos e negativos têm impactos distintos sobre a volatilidade, e com evidências do efeito alavancagem.

Tabela 7 - Resultados da estimação dos modelos – Série SMLL

Variância	GARCH	GARCH''	GARCH-t	GARCH-t'	GARCH GED	GARCH GED'	Variância	TARCH	TARCH-t	TARCH-t'	TARCH GED	TARCH GED'	Variância	EGARCH	EGARCH''	EGARCH-t	EGARCH-t'	EGARCH GED	EGARCH GED'
$\omega$	2,63 (6,49885)	2,63 (2,7993)	2,19 (3,5195)	2,13 (3,8690)	2,39 (3,7786)	2,39 (4,2534)	$\omega$	3,00 (7,2662)	2,62 (4,1333)	2,55 (4,4451)	2,78 (4,3762)	2,78 (4,7947)	$\omega$	-0,8368 (-8,2384)	-0,8368 (-3,2241)	-0,7277 (-5,1429)	-0,7324 (-5,6613)	-0,7684 (-5,2090)	-0,7776 (-5,7344)
$\varepsilon_{t-1}^2$	0,1546 (7,8713)	0,1546 (4,8695)	0,1435 (5,5794)	0,1422 (6,1416)	0,1463 (5,5002)	0,1462 (5,8603)	$\varepsilon_{t-1}^2$	0,0753 (6,0229)	0,0613 (3,0029)	0,0625 (3,4167)	0,0667 (3,6654)	0,0673 (3,9138)	$\varepsilon_{t-1}^2$						
$\sigma_{t-1}^2$	0,7916 (34,0134)	0,7916 (20,2999)	0,8127 (26,7060)	0,8091 (28,6919)	0,8037 (24,7879)	0,8020 (26,4417)	$\sigma_{t-1}^2$	0,7897 (36,7403)	0,8087 (26,8251)	0,8066 (28,7544)	0,8012 (26,1978)	0,8000 (27,6549)	$\sigma_{t-1}^2$						
$d_{t-1} \cdot \varepsilon_{t-1}^2$							$d_{t-1} \cdot \varepsilon_{t-1}^2$	0,1483 (4,9717)	0,1567 (3,9230)	0,1514 (4,1668)	0,1502 (3,6987)	0,1490 (3,8433)	$d_{t-1} \cdot \varepsilon_{t-1}^2$						
$ \varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1} $							$ \varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1} $						$ \varepsilon_{t-1} / \sigma_{t-1} $	0,2673 (12,2301)	0,2673 (3,9538)	0,2457 (6,5677)	0,2449 (7,3878)	0,2513 (7,4288)	0,2524 (8,1630)
$\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$							$\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$						$\varepsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$	-0,0866 (-5,5471)	-0,0866 (-2,8921)	-0,1025 (-4,6622)	-0,0985 (-5,0674)	-0,0946 (-4,2548)	-0,0928 (-4,5382)
$\ln(\sigma_{t-1}^2)$							$\ln(\sigma_{t-1}^2)$						$\ln(\sigma_{t-1}^2)$	0,9369 (105,0815)	0,9369 (39,1073)	0,9460 (75,0788)	0,9460 (82,4346)	0,9425 (72,0020)	0,9418 (78,8021)

**Nota:**

1. Fora dos parênteses está o coeficiente, e dentro dos parênteses está a Estatística t.
2. Todos os modelos foram estimados na sua forma mais robusta (ex.: GARCH (1,1), TARCH (1,1), etc.)

**Tabela 8** – Qualidade do ajuste – Série SMLL

Indicador	GARCH	GARCH <sup>''</sup>	GARCH-t	GARCH-t'	GARCH GED	GARCH GED'	Indicador	TARCH	TARCH-t	TARCH-t'	TARCH GED	TARCH GED'	Indicador	EGARCH	EGARCH <sup>''</sup>	EGARCH-t	EGARCH-t'	EGARCH GED	EGARCH GED'
Ln (L)	4956,263	4956,263	4985,249	4983,568	4981,229	4980,46	Ln (L)	4968,297	4995,400*	4994,273	4990,67	4990,296	Ln (L)	4956,214	4956,214	4989,905	4988,003	4983,636	4982,64
SIC	-7,3049	-7,3049	-7,3424	-7,3453	-7,3365	-7,3407	SIC	-7,3174	-7,3521	-7,3558*	-7,3451	-7,3499	SIC	-7,2995	-7,2995	-7,344	-7,3465	-7,3347	-7,3386
AIC	-7,3165	-7,3165	-7,3578	-7,3568	-7,3519	-7,3522	AIC	-7,3328	-7,3713*	-7,3711	-7,3643	-7,3653	AIC	-7,3149	-7,3149	-7,3632	-7,3619	-7,354	-7,354
Erro Padrão	0,007517	0,007517	0,007519	0,007517	0,007519	0,007517	Erro Padrão	0,007519	0,007522	0,007519	0,007522	0,007519	Erro Padrão	0,007519	0,007519	0,007522	0,007519	0,007522	0,007519

**Nota:**

1. \* indica o melhor modelo segundo o critério em questão.
2. SIC é o critério de informação de Schwarz.
3. AIC é o critério de informação de Akaike.
4. Erro padrão é o erro padrão do modelo.

## 5. CONCLUSÃO

Neste estudo efetuou-se uma análise empírica da volatilidade dos retornos de dois importantes indicadores do mercado financeiro brasileiro, o *Mid-Large Cap* e o *Small Cap*, utilizando modelos da classe ARCH. Especificamente buscou-se examinar a estrutura de assimetria e persistência dos choques na volatilidade dos índices.

Os resultados encontrados permitem concluir que os dois índices apresentaram evidências de assimetria, ou seja, a volatilidade apresentou respostas diferentes a choques positivos e negativos. De fato, os resultados obtidos para os três mercados pesquisados indicam que o incremento de volatilidade é maior após choques negativos do que após choques positivos, de mesma intensidade, nos retornos das ações. Além da assimetria, pôde-se constatar a forte persistência dos choques na volatilidade, indicando que tais choques podem levar vários períodos para se dissipar. Esses resultados possibilitam que o mercado reconheça que más notícias, originárias da economia doméstica ou da economia internacional, tendem a ter efeitos mais significativos do que boas notícias.

Na política econômica, os governos podem atuar com medidas compensatórias aos choques negativos no mercado de capitais. Isso vai depender dos efeitos desses choques sobre o nível de renda e riqueza da economia e também sobre a expectativa dos agentes econômicos que são em geral sensíveis em suas decisões de consumo e investimento aos rendimentos do mercado de capitais. Tais resultados convergem para os achados de Otuki *et al.* (2008) que encontraram os mesmos efeitos na volatilidade do Ibovespa, no índice *Merval* e *InMex* e achados de Ceretta e Costa Jr. (1999) que observaram efeitos equivalentes com índices de 5 países da América Latina.

Este resultado contrasta com as evidências apontadas por Kim e Lee (2008) em que a assimetria e persistência de choques tendem a diminuir ao longo de fases ascendentes do ciclo econômico. Otuki *et al.* (2008) justificam essa diferença pelas próprias características intrínsecas dos mercados de capitais de países emergentes, como um maior nível de risco sistemático decorrente de falhas jurídico-institucionais no controle de capital.

## REFERÊNCIAS

ANDERSEN, T.G., BOLLERSLEV, T., Deutsche mark dollar volatility: Intraday activity

Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade, ISSN 2238-5320, UNEB, Salvador, v. 4, n. 1, p. 04-29, jan./abr., 2014.

patterns, macroeconomic announcements, and longer run dependencies. **Journal of Finance**, 53, p. 219–265, 1998b.

ANDERSEN, T.G., BOLLERSLEV, T., DIEBOLD F.X., LABYS, P. The distribution of realized exchange rate volatility. **Journal of the American Statistical Association**, v. 96, p. 42–55, 2001.

BARCINSKI, A., ALMEIDA, B. C. P., GARCIA, M. G. P. e SILVEIRA, M. A. C. **Estimação da Volatilidade do Retorno das Ações Brasileiras: Um Método Alternativo à Família GARCH**. *Resenha BM&F*, n.116, p.21-39, 1997.

BAROSSIFILHO, M.; ACHCAR, J.A.; SOUZA, R.M. Modelos de volatilidade estocástica em séries financeiras: uma aplicação para o IBOVESPA. **Economia Aplicada**, Ribeirão Preto, v. 14, n. 1, p. 25-44, 2010.

BEKAERT, G.; ENGSTROM, E. **Asset returns dynamics under habits and bad environment good environment fundamentals**. Working Paper, Columbia GSB, 2013.

BLACK, F. Studies of Stock Price Volatility Changes. In **Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association**. Washington DC: Business and Economic Statistic Section, p. 177-181, 1976.

BOLLERSLEV, T. Generalized autorregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v.31, p.307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T.; WOOLDRIDGE, J. M. Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time-varying Covariances, **Econometric Reviews** 11, 143–172. 1992.

BOLLERSLEV, T.; CHOU, R. Y.; KRONER, K. F. ARCH modeling in finance: a review of theory and empirical evidence. **Journal of Econometrics**, v. 52, p. 5-59, 1992.

BROOKS, C. **Introductory econometrics for finance**. Cambridge University, UK, 2002.

BROOKS, C. & PERSAND, G. Seasonality in Southeast Asian Stock Markets: Some New Evidence on Day-of-the Week Effects, **Applied Economics Letters**, v.8, pp. 155-158, 2001.

BROOKS, R.; FAFF, R.; MCKENZIE, M.; MITCHELL, H. A multi-country study of power ARCH models and national stock market returns. **Journal of International Money and Finance**, v.19, n. 3, p. 377-397, 2000.

BROWNLEES, C. T., & Engle, R. **Volatility, Correlation and Tails for Systemic Risk Measurement**. New York University Paper, 2011.



BUSSE, J.; GOYAL, A.; WAHAL, S. Performance and persistence in institutional investment management, **Journal of Finance** 65, 765–790, 2010.

COSTA, P.H.S; BAIDYA, T.K.N. Métodos de medição de risco de mercado: um estudo comparativo. **Revista Produção**. São Paulo, v. 13, n. 3, p. 18-33, 2003.

\_\_\_\_\_; BAIDYA, T.K.N. Propriedades estatísticas das séries de retornos das principais ações brasileiras. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 1, p. 61-87, 2001.

CERETTA, P.S.; COSTA JR., N.C.A. Influência de Eventos Positivos e Negativos Sobre a Volatilidade dos Mercados na América Latina. **Caderno de Pesquisas em Administração**, São Paulo, v. 1, n. 10, p. 35-41, jul/set, 1999.

CHEUNG, Y-W. & Ng, L. K. A causality in variance test and its application to financial market prices. **Journal of Econometrics**, 72:33-48, 1996.

CHRISTIE, A. A. The stochastic behavior of common stock variances: value, leverage, and interest rate effects. **Journal of Financial Economics**, 10(4), 407-432, 1982.

CRATO, N. Some international evidence regarding the stochastic behavior of stock returns, **Applied Financial Economics**. 1994, v.4, 33-39.

DICKEY, D.A.; FULLER, W.A. Distribution of the Estimators for Autorregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**. n.366, v.74, p. 427-431, 1979.

ENGLE, R.F. Autorregressive conditional heterocedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. **Econometrica** – Journal oh the Econometric Society. n.4, v.50, p. 987-1007, 1982.

ENGLE, R. F.; NG, V. K. Measuring and testing the impact of news on volatility. **Journal of Finance**, v. 48, p. 1749-1801, 1993.

ENGLE, R. New Frontiers for ARCH Models, **Journal of Applied Econometrics** 17, 425-446, 2002.

ENGLE, R. F. and R. SUSMEL, Common Volatility in International Equity Markets, **Journal of Business and Economic Statistics** 11, 167-176, 1993.

ENGLE, R.F.; BOLLERSLEV, T. Modeling the Persistence of Conditional Variances, **Econometric Reviews** 5: 1-50. 1986

Anderson Luiz Rezende Mól - Israel José dos Santos Felipe- Franklin Medeiros Galvão Júnior

GAIO, L.E.; PESSANHA, G.R.G.; OLIVEIRA, D.R.; ÁZARA, L.N. Análise da volatilidade do índice Bovespa: um estudo empírico utilizando modelos da classe ARCH. **Contextus - Revista Contemporânea de Economia e Gestão**, Fortaleza, v. 5, n.1, p. 07-16, jan/jun, 2007.

GLOSTEN, L.R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks. **Journal of Finance**. v.48, p.1779-1801, 1993.

HAAS, M.; KRAUSE, J.; PAOLELLA, M.S.; STEUDE, S. C. Time-Varying Mixture GARCH Models and Asymmetric Volatility. **Swiss Finance Institute Research Paper** N. 13-04. 2013

HARRIS, R.; SOLLIS, R. Applied Time Series Modeling and Forecasting. England: John Wiley & Sons, 2003, p. 302.

HERENCIA, M. E. Z. **Volatilidade nos Modelos ARCH e Variância Estocástica**: um estudo comparativo. Dissertação de Mestrado apresentada ao IME-Unicamp. 1997

ISSLER, J. V. Estimating and forecasting the volatility of Brazilian finance series using ARCH models. **The Brazilian Review of Econometrics**, v. 19, n. 1, p. 5-56, 1999.

JAMES, B. R. **Probabilidade**: Um Curso em Nível Intermediário. Projeto Euclides, 2º Edição, IMPA. 1996

JARQUE, C.; BERA, A. A test for normality of observations and regression residuals. **International Statistical Review**, v.55, p. 163-172, 1987.

JUBERT, R.W.; MONTE, P.A.; PAIXÃO, M.C.S.; LIMA, W.H. Um estudo do padrão de volatilidade dos principais índices financeiros do Bovespa: uma aplicação de modelos ARCH. **Revista UnB Contábil**, Brasília, v.11, n. 1-2, p. 221-239, jan/dez, 2008.

KANE, T. J.; STAIGER, D. O. **Improving School Accountability Measures**. NBER Working Paper, n. 8156. 2001.

KANE, T. J.; STAIGER, D. O. "The Promise and Pitfalls of Using Imprecise School Accountability Measures." **Journal of Economic Perspectives** 16, n.4, 91-114. 2002

KIM, S.W.; LEE R. S. Stock Returns, Asymmetric Volatility, Risk Aversion, and Business Cycle: Some New Evidence. **Economic Inquiry**, v. 46, n. 2, p. 131-148, 2008.

KRONER, K. Creating and Using Volatility Forecasts. **Derivatives Quarterly**, 39-53,1996.

MALIK, F; EWING, T. 'Volatility transmission between oil prices and equity sector returns', **International Review of Financial Analysis**, 18, 95-100. 2009

- MALIK, F., EWING, B. T.; PAYNE, J. E. 'Measuring volatility persistence in the presence of sudden changes in the variance of Canadian stock returns,' **Canadian Journal of Economics** 38, 1037-1056. 2005.
- MALIK, F.; HASSAN, S.A. 'Modeling volatility in sector index returns with GARCH models using an iterated algorithm,' **Journal of Economics and Finance** 28, 211-225. 2004.
- MCMILLAN, D. G.; SPEIGHT, A. E. H. Non-ferrous Metals Price Volatility: a component analysis. **Resource Policy**. V. 27, p.199-207, 2001.
- MÓL, A.L.R.; CASTRO JUNIOR, L.G.; SÁFADI, T; FIGUEIREDO, D. F. Assimetria na volatilidade dos retornos de derivativos de café. **Resenha BM&F**, São Paulo, n. 157, 45-54, 2003
- MÓL, A.L.R; CASTRO JUNIOR, L.G.; SÁFADI, T. Value at Risk de ajustes diários: o uso de modelos heterocedásticos em futuros de café. **Resenha BM&F**, São Paulo, n.160, p. 58-74, 2004.
- MORAIS, I.A.C.; PORTUGAL, M.S. Modelagem e previsão de volatilidade determinística e estocástica para série do IBOVESPA. **Estudos Econômicos**, São Paulo, v. 29, n. 3, p. 303-341, jul/set, 1999.
- MOREIRA, J.M.S.; LEMGRUBER, E.F. O uso de dados de alta frequência na estimação da volatilidade e do Valor em Risco para o IBOVESPA. **Revista Brasileira de Economia**, Rio de Janeiro, v. 58, n. 1, p. 99-120, jan/mar, 2004.
- MOTA, B.S.; FERNANDES, M. Desempenho de estimadores de volatilidade na bolsa de valores de São Paulo. **Revista Brasileira de Economia**. n.3, v.58, São Paulo: FGV, 2004.
- NELSON, D.B. Conditional Heteroskedasticity in Assets Returns: a new approach. **Econometrica**, v.59, p.347-370, 1991.
- OTUKI, T., RADAVELLI, C., SEABRA, F., COSTA JR., N. Assimetria na volatilidade dos retornos revisitada: Ibovespa, Merval e Inmex. **Revista de Gestão da USP**, v. 15, n. 4, p. 71-84, 2008.
- PHILLIPS, P.C.B; PERRON P. **Testing for a unit root in time series regression**. *Biometrika*, v.75, p.335-346, 1988.
- PINHEIRO, C. A. O. Ganhos anormais através das séries históricas de ações de empresas com práticas empresariais corporativas no Brasil. **Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade**, n.2, v. 3, 2013.
- PRIESTLEY, M.B. **Spectral Analysis and Time Series**, v. 2. Londres: Academic Press. p. 964. 1981.

RAHMAN S., Serletis A. The Effects of Exchange Rate Uncertainty on Exports, **Journal of Macroeconomics**, n. 31, 2009.

ROSSETTI, N. **Análise das volatilidades dos mercados brasileiros de renda fixa e renda variável no período 1986-2006**. Dissertação (Mestrado em Controladoria e Contabilidade) – FEA/USP, Ribeirão Preto, 2007.

SILVA, W. S. da; SÁFADI, T.; CASTRO JÚNIOR, L. G. de. Uma análise empírica da volatilidade do retorno de commodities agrícolas utilizando modelos ARCH: os casos do café e da soja. Rio de Janeiro: **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v.43, n.01, p.119 a 134. mar. 2005.

SOUZA SOBRINHO, N.F. Extração da volatilidade do Ibovespa. **Resenha BM&F**, São Paulo, v.144, n. 03-04, p. 17-39, 2001.

SWARAY, R. B. Volatility of primary commodity prices: some evidence from agricultural exports. In: **Sub-saharan Africa**. New York: University of New York, 2002. Discussion Papers in Economics, n.2002/06.

WEI, S. J. Why is corruption so much more taxing than tax? Arbitrariness Kills. **National Bureau of Economic Research**. NBER Working Papers 6255. 1997.

WEIGEND, A., HUBERMAN B.;RUMELHART D. **Predicting Sunspots and Exchange Rates with Connectionist Networks**. Addison Wesley: Redwood City. p. 395-432, 1992.

WOOLDRIDGE, Jeffrey M. **Introdução à econometria: uma abordagem moderna**. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

ZAKOIAN, J.M. Threshold Heteroskedasticity Models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v.18, p.931-955, 1994.

ZIEGELMANN, F. A.; PEREIRA, P. L. V. Modelos de Volatilidade Estocástica com Deformação Temporal: um estudo empírico para o índice ibovespa. **Política e Planejamento Econômico**, v.27, n.2, p.353-376, 1997.